

1 次の極限值を求めよ.

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 8) =$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} =$

f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - x - 2} =$

g)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 + x - 2} =$

h)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^3 + 1} =$

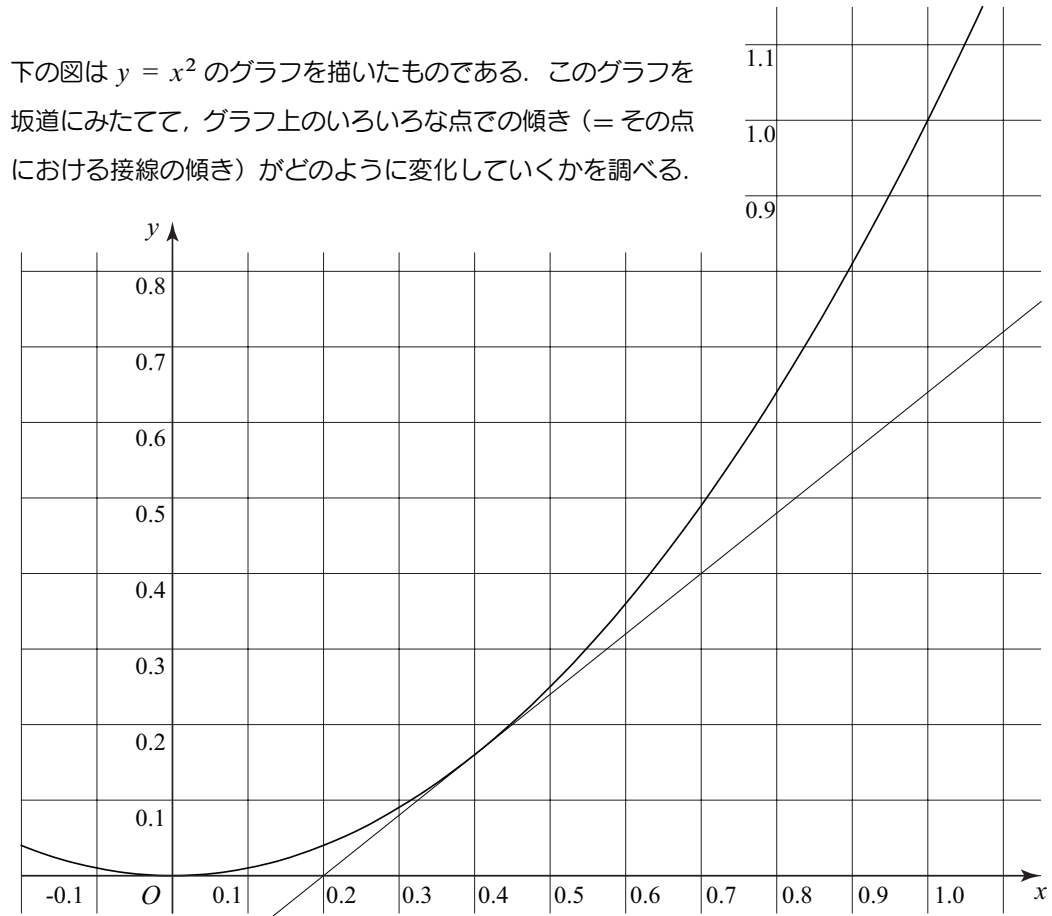
i)  $\lim_{b \rightarrow a} \frac{b^2 - a^2}{b - a} =$

j)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a + h)^2 - a^2}{h} =$

k)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^3 - 8}{h} =$

l)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a + h)^3 - a^3}{h} =$

2 下の図は  $y = x^2$  のグラフを描いたものである. このグラフを坂道にみたてて, グラフ上のいろいろな点での傾き (= その点における接線の傾き) がどのように変化していくかを調べる.



a) 図には  $x = 0.4$  における接線が描かれているが, これは点  $(0.7, 0.4)$  を通っているように見える. これから, この直線の傾きはどのように計算されるか.

b) 上のグラフ上の次の各点での傾きを図から読みとり, 下の表を完成させよ. ( $x = 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.0$  における接線を定規などを使ってなるべく丁寧に引き, その接線の傾きを読み取れ. たとえば,  $x = 0.1$  における接線の場合,  $x = 1.1$  との交点の  $y$  座標の値を測ってみると接線の傾きのおおよその値が比較的簡単に求まる.)

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 傾き  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

3 次の関数で、各々の場合について平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ.

a)  $f(x) = 3x^2 + 1$ ,  $x$  が 1 から 3 まで変化するとき

b)  $f(x) = x^3 - 1$ ,  $x$  が  $-1$  から 2 まで変化するとき

c)  $f(x) = 3x^2 + 1$ ,  $x$  が  $a$  から  $a + h$  まで変化するとき

4 関数  $f(x) = (2x + 1)^2$  とするとき、次の値を微分係数の定義にしたがって求めよ.

a)  $f'(2) =$

b)  $f'(-1) =$

c)  $f'(b) =$

5 関数  $f(x) = x^2 + px + q$  において、次の問いに答えよ

a)  $x$  が  $a$  から  $b$  まで変化するときの平均変化率を求めよ.

b)  $x = c$  における微分係数を定義にしたがって求めよ.

c) a) の平均変化率と b) の微分係数とが等しいとき、 $c$  を  $a, b$  で表せ.

【発展問題】

6 関数  $f(x) = \frac{1}{x}$  について、 $x$  が  $a$  から  $a + h$  まで変化するときの平均変化率と、 $x = a$  における微分係数を求めよ.