

1 市場を占有している N と S という二つの銘柄の酒がある。消費者は月 1 本酒を買うが、ある月に銘柄 N を買うと次の月も銘柄 N を買う確率は 80%、銘柄 S を買う確率は 20%である。また銘柄 S を買うと次の月も銘柄 S を買う確率は 70%、銘柄 N を買う確率は 30%である。このとき次の間に答えよ。

- a) 第  $n$  期の銘柄 N のシェアを  $a_n$ 、銘柄 S のシェアを  $b_n$  とする。このとき、ベクトル  $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix}$  はある行列  $M$  とベクトル  $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$  を用いて  $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$  と表わされる。行列  $M$  をもとめよ。
- b) 上で求めた行列  $M$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- c) 行列  $M$  を対角化せよ。
- d)  $M^n$  を求めよ。
- e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} M^n$  を求めよ。
- f) 長期的には、銘柄 N と S のシェアはある一定の割合に近づくことを示し、それぞれのシェアを求めよ。

2 In the Land of Oz they never have two nice days in a row. If they have a nice day, they are just as likely to have snow as rain the next day. If they have snow (or rain), they have an even chance of having the same the next day. If there is a change from snow or rain, only half of the time is this a change to a nice day.

- a) Find the probability that the third day is a nice day, knowing that it was sunny on the first day.
- b) More generally, find the probability that the  $n$ th day is a nice day, knowing that it was fine on the first day.
- c) Generally speaking, what is the probability to have a nice day in the land of Oz ?