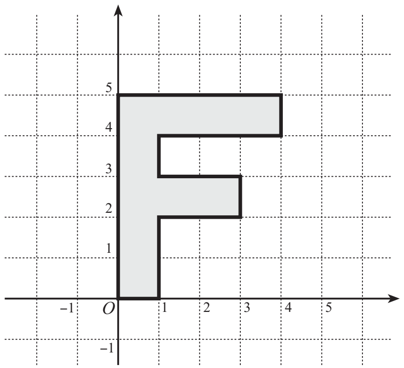
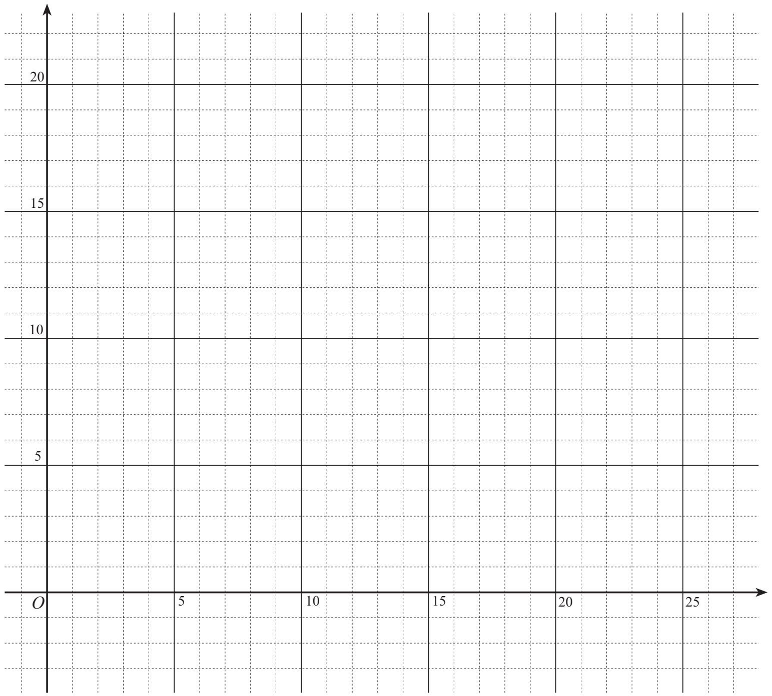
学生証番号 : ___________ 氏名 : ___________

$\boxed{1}$ 指定された行列で表される 1 次変換によって「F」の文字がどのように変換されるかを図示せよ.



$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$



a) 左で考察した 1 次変換で，平面上のすべてのベクトルは $y = \frac{1}{2}x$ 上に移されることを示せ.

b) 左で考察した 1 次変換で，$\vec{0}$ に移されるベクトルをすべて求めよ.

$\boxed{2}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ を用いて $\vec{x} \mapsto A\vec{x}$ で定義される 1 次変換を f_A とする.

a) $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とおく. 行列 A はこれらのベクトルを並べてできた行列である. このとき, f_A の像 $\mathrm{Im}\, f_A$ は部分空間 $\langle \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \rangle$ に一致することを用いて, $\mathrm{Im}\, f_A$ の基底を求めよ.

b) ベクトル $\vec{b} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ が f_A の核 $\mathrm{Ker}\, f_A$ に入るための a, b, c の必要十分条件を連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x - y - 2z = 0 \\ -x - 2y - z = 0 \\ -2x - y + z = 0 \end{cases}$$

を解くことにより求めよ.