$\boxed{1}$ △OAB において $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\angle \mathrm{AOB} = \theta$ とおくと △ OAB の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$$

と表せる．

a) $0 < \theta < 180°$ のとき，$\sin\theta$ を $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ と 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を用いて表せ．

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$，$\vec{b} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ とする．△OAB の面積を a, b, c, d を用いて表せ．

$\boxed{2}$ 2 つの平面ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ について「交代積」呼ばれる積 $\vec{a} \wedge \vec{b}$ が定義される．ベクトルの内積同様，交代積の値はスカラー（実数）である．交代積「∧」は以下の性質を持つ．

- 【定数倍】$(k\vec{a}) \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge (k\vec{b}) = k(\vec{a} \wedge \vec{b})$
- 【分配法則】$(\vec{a}_1 + \vec{a}_2) \wedge \vec{b} = \vec{a}_1 \wedge \vec{b} + \vec{a}_2 \wedge \vec{b}$，　$\vec{a} \wedge (\vec{b}_1 + \vec{b}_2) = \vec{a} \wedge \vec{b}_1 + \vec{a} \wedge \vec{b}_2$
- 【交代性】（2 つの項を入れ替えると符号が変わる．）$\vec{b} \wedge \vec{a} = -(\vec{a} \wedge \vec{b})$
- 【正規性】（単位正方形の体積は 1.）$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とするとき，$\vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2 = 1$

a) 交代性を用い，$\vec{a} \wedge \vec{a} = 0$ であることを示せ．

b) 分配法則を用いて $(a\vec{e}_1 + c\vec{e}_2) \wedge (b\vec{e}_1 + d\vec{e}_2)$ を展開し，その他の性質を用いてなるべく簡単にせよ．

$\boxed{3}$ $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ とする.

行列式 $|A|$ と $|B|$ およびその積の行列式 $|AB|$ を計算し，$|AB| = |A||B|$ であることを証明せよ.