

$$\text{① 連立方程式 } \begin{cases} x + 2y + 4z + w = a \\ -x - y - z - 3w = b \\ -y - 3z + 3w = c \\ -x + y + 5z - 4w = d \end{cases} \text{ が解を持つためには } a, b, c, d \text{ の間にどのような条件}$$

がみたされなければならないかを調べたい。また、その条件が満たされるときには、すべての解を求めたい。

いま、この連立方程式を行列表示すると、その行列は行に関する基本変形によって下のように変形される。

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 1 & a \\ -1 & -1 & -1 & -3 & b \\ 0 & -1 & -3 & 3 & c \\ -1 & 1 & 5 & -4 & d \end{array} \right) \rightarrow \dots \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} \textcircled{1} & 2 & 4 & 1 & a \\ 0 & \textcircled{1} & 3 & -2 & a+b \\ 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & a+b+c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5a-6b-3c+d \end{array} \right)$$

a) 連立方程式が解を持つためには a, b, c, d がどのような関係式を満たすことが必要か。

b) 上の関係式が満たされるとき、さらに基本変形を続けることによって、解をすべて求めよ。

2 連立方程式
$$\begin{cases} x - y + z = a \\ 3x - 2y + 5z = b \\ -2x + y - 3z = c \end{cases}$$
 を解け.