

## 微分積分 II — 期末試験

2013 年 1 月 23 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

[1] 次の不定積分を求めよ.

a)  $\int \frac{x}{\sqrt{1-2x}} dx$

b)  $\int (x-2)e^{-x} dx$

[2] つぎの 2 変数関数について, 2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a)  $f(x, y) = \frac{y}{1-xy}$

b)  $f(x, y) = (x-y)e^{-xy}$

[3] 関数  $f(x, y) = 3x^2 + 6xy + 3y + 3y^2 - y^3$  の臨界点 (すべての偏微分が 0 になる点) をすべて求め, 各臨界点において極大・極小を判定せよ.[4] 底面の半径が  $r$  で高さが  $h$  の, 上面に蓋のない円筒形の缶  $C$  がある.

- 缶  $C$  を作るのに使用する材料の面積を  $S$  とするとき,  $S$  を  $r$  と  $h$  で表わせ.
- $a$  を定数とする. 容積  $V$  が一定値  $a^3\pi$  であるという条件の下で, 材料の面積  $S$  が最小となるような  $r$  と  $h$  をラグランジュの乗数法で求めよ.

[5]  $\sqrt{27} = 5\sqrt{1 + \frac{8}{100}}$  という表示と  $\sqrt{1+x}$  の 2 次近似の式を用い  $\sqrt{27}$  の近似値を求めよ. また, このようにして得られた近似値と  $\sqrt{27}$  の値とは小数第何位まで一致するといえるか.[6] 極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - xe^x}{x^2}$  を求めよ. ただし, 次の漸近展開の公式は自由に用いてよい.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$