

1 次の二つの関数 $f(x), g(x)$ を合成し, $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

a) $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{2}{x} + 3$

b) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3, g(x) = x^2 + 1$

c) $f(x) = \log_4(x), g(x) = 2^{-x}$

2 $x \neq -1, 0, 1$ のとき, 関数 $f_1(x), \dots, f_6(x)$ を次のように定義する.

$$f_1(x) = x, f_2(x) = \frac{1}{x}, f_3(x) = 1 - x, f_4(x) = \frac{1}{1-x}, f_5(x) = \frac{x}{x-1}, f_6(x) = 1 - \frac{1}{x}.$$

a) $f_2 \circ f_3 = f_4$ すなわち $f_2(f_3(x)) = f_4(x)$ であることを証明せよ.

b) 右の表は f_2 の行と f_3 の列の交点に f_4 と書き入れて $f_2 \circ f_3 = f_4$ であることを示したものである. このようにして右の表を完成せよ.

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | f_1 | f_2 | f_3 | f_4 | f_5 | f_6 |
| f_1 | | | | | | |
| f_2 | | | f_4 | | | |
| f_3 | | | | | | |
| f_4 | | | | | | |
| f_5 | | | | | | |
| f_6 | | | | | | |

3 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ とする.

a) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ.

b) $(f^{-1} \circ f)(x)$ を求めよ.

c) $(f \circ f^{-1})(x)$ を求めよ.

4 次の無理関数の定義域と値域を求めよ.

a) $y = \sqrt{3x+2}$

b) $y = -\sqrt{-2x+3}$

5 次の各々の関数 $f(x)$ について、(1) $f(x)$ の定義域を示し、(2) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求め、(3) $f^{-1}(x)$ の定義域を示し、(4) $f(x)$, $f^{-1}(x)$ の値域を求めよ.

a) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

b) $f(x) = -\sqrt{-3x+6}$

c) $f(x) = 2^{x+1}$