

微分積分 I・数学 I — 期末試験

2010 年 7 月 21 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

- 1] $f(x) = -\sqrt{2x+8}$ とする. 以下の問いに答えよ.
- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ
 - $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
 - 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.
 - $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け.
- 2] 関数 $f(x) = xe^{2-x}$ の増減, 極値, グラフの凹凸を調べ, そのグラフの概形を描け.
- 3] 関数 $f(x) = \frac{2-x}{2x-1}$ について以下の問いに答えよ.
- x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
 - $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数を定義に基づいて求めよ.
 - $y = f(x)$ のグラフの $(1, 1)$ における接線の方程式を求めよ.
- 4] $f(x) = \frac{x}{1+x}, g(x) = 1 - \frac{1}{x}$ について合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.
- 5] 関数 $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ について a から $a+h$ までの平均変化率 $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ ($h \neq 0$) を求め, できるだけ簡単にせよ.
- 6] 次の関数を変数 x で微分せよ.
- | | |
|------------------------------|-----------------------------------|
| a) $f(x) = (x^2 - 3x + 5)^7$ | b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$ |
| c) $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ | d) $f(x) = \sqrt[4]{3-2x^2}$ |
| e) $f(x) = xe^{x^2-1}$ | f) $f(x) = x^2 \log x - x$ |
- 7] 関数 $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ の定義域を求め, $f(x)$ が定義される範囲での最大値, 最小値および, そのときの x の値を求めよ.
- 8] 直円柱の形をした缶詰の容器を考える. この容器の表面積が $6\pi a^2$ で一定であるとき, その容積を最大にしたい. 底面の半径と高さをいくらにすればよいか. ただし, a は正の定数とする.