

7 次の関数の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べ，そのグラフをかけ．

a) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$

b) $f(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$

c) $f(x) = e^{-x^2/2}$

d) $f(x) = \frac{1}{x} + \log x$

8 次の関数の最大値，最小値を求めよ．

a) $x + \sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)

b) $(2x-1)e^{-2x}$ ($0 \leq x \leq 3$)

9 長さ $2a$ の線分 AB を直径とする半円に内接する台形 $ABCD$ の面積 S の最大値を求めよ． [ヒント：台形の高さを h とおき，上底の長さを h で表せ.]

10 $x > 0$ のとき，不等式 $\log(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを証明せよ．

11 ある工場の生産関数が $Q(L)$ で与えられているとする．ただし， L は労働者の人数を表す．いま，労働者 1 人当たりの生産量 $\frac{Q(L)}{L}$ を最大にするような L を L^* とするとき， $Q'(L^*) = \frac{Q(L^*)}{L^*}$ であることを示せ．