前期の復習　略解

1　a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{2}{3}$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=2$　c) $y=2x-3$　d) 別紙参照

2　a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=-\sqrt{3}+1$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=-1$　c) $y=-x$　d) 別紙参照

3　a) 別紙グラフより，$0<x<1$，$2<x$　b) 別紙グラフより，$x \leqq 1$

4　a) $(g\circ f)(x)=1+a-ax$，$(f\circ g)(x)=-\dfrac{x}{a}$.

b) $1+a-ax=-\dfrac{x}{a}$ がすべての x になついて成り立たなければ行けないので，$a=-1$.

5　a) 定義域 $x\neq -2$, 値域 $y\neq 2$；逆関数 $f^{-1}(x)=-\dfrac{2x+1}{x-2}$，逆関数の定義域 $x\neq 2$, 値域 $y\neq -2$.

b) 定義域 $x\leqq 2$, 値域 $y\leqq 0$；逆関数 $f^{-1}(x)=2-x^2$，逆関数の定義域 $x\leqq 0$, 値域 $y\leqq 2$.

6　次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f'(x)=42x^2(2x^3+5)^6$　b) $f'(x)=\dfrac{-4x}{(x^2-3)^3}$

c) $f'(x)=2x(x^2-2x+2)+(x^2+3)(2x-2)=4x^3-6x^2+10x-6$

d) $f'(x)=\dfrac{-2(3x^2-15x-1)}{(3x^2+1)^2}$　e) $f'(x)=2x-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{4}{x^3}$　f) $f'(x)=\dfrac{1-x^2}{(x^2-x+1)^2}$

g) $f'(x)=-\dfrac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$　h) $f'(x)=\dfrac{4x}{3}(2x^2+5)^{-\frac{2}{3}}$　i) $f'(x)=-\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{(x+\sqrt{x^2-1})^2}$

j) $f'(x)=-6xe^{-3x^2}$　k) $f'(x)=(2x-x^2)e^{-x}$　l) $f'(x)=\dfrac{e^x}{(1-e^x)^2}$

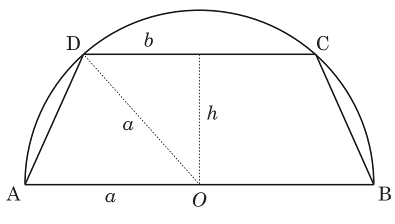
m) $f'(x)=\dfrac{\log x-2}{(\log x-1)^2}$　n) $f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$　o) $f'(x)=e^x\left(\log x+\dfrac{1}{x}\right)$

7　別紙グラフ参照

8　a) 最大値 $\sqrt{2}$（$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき），最小値 -1（$x=-1$ のとき）.

b) 最大値 $e^{-2}=0.135335\ldots$（$x=1$ のとき），最小値 -1（$x=0$ のとき）.

9　台形の高さを h とし，上底の長さ（辺 CD の長さ）を $2b$ とおくと，図のように $a^2=b^2+h^2$ が成り立つ.



【裏につづく】

したがって，$b=\sqrt{a^2-h^2}$ となる．このとき，$S=\dfrac{2a+2b}{2}h$ であるから，$S=h(a+\sqrt{a^2-h^2})$.

$$\frac{dS}{dh}=\frac{a\sqrt{a^2-h^2}+a^2-2h^2}{\sqrt{a^2-h^2}}$$

$\dfrac{dS}{dh}=0$ となるのは $a\sqrt{a^2-h^2}+a^2-2h^2=0$ のときであるが，$a\sqrt{a^2-h^2}=-a^2+2h^2$ の両辺を２乗して整理することにより，$4h^4=3a^2h^2$ を得る．$h>0$ であることに注意して $\dfrac{dS}{dh}=0$ となるのは $h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき．$0<h<a$ の範囲で S の増減表を書けば（省略），$h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき S が最大になることがわかり，S の最大値は $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

$\boxed{10}$ $f(x)=\log(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2}$ とおくと，

$$f'(x)=\frac{1}{1+x}-1+x=\frac{x^2}{1+x}$$

したがって，$f(x)$ は $x>0$ で増加関数である．また，$x=0$ のとき $f(0)=0$ であるから，$x>0$ で $f(x)>0$ が成り立つ．

$\boxed{11}$ $\dfrac{Q(L)}{L}$ を最大にするような L では，$\left(\dfrac{Q(L)}{L}\right)'=0$ が成り立つ．一方，商の微分法により

$$\left(\frac{Q(L)}{L}\right)'=\frac{Q'(L)L-Q(L)}{L^2}=\frac{Q'(L)-\frac{Q(L)}{L}}{L}$$

が成り立つ．したがって，

$$Q'(L^*)-\frac{Q(L^*)}{L^*}=0$$