学生証番号 : ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名 : ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 合成関数の微分公式を書け．

$$\Big(f\big(g(x)\big)\Big)' =$$

2 合成関数の微分法を用いて次の関数を変数 x で微分せよ．

a) $f(x) = (2x+3)^3$

$f'(x) =$

b) $f(x) = (x^2 - x + 1)^5$

$f'(x) =$

3 $\Big(f\Big(g\big(h(x)\big)\Big)\Big)'$ を求めよ．

4 a) 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ の導関数を定義にしたがって求めよ．（復習）

b) $g(x)$ を任意の関数とするとき，関数 $h(x) = \dfrac{1}{g(x)}$ は $f(x) = \dfrac{1}{x}$ と $g(x)$ との合成関数とみることができる．すなわち $h(x) = f\big(g(x)\big)$ である． そこで，合成関数の微分公式において $f(x) = \dfrac{1}{x}$ とおくことにより $h'(x) = \Big(f\big(g(x)\big)\Big)' = \left(\dfrac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ．

5 関数 $f(x)$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f\big(f^{-1}(x)\big) = x$ をみたす．この両辺を微分し，それを逆関数の導関数 $\big(f^{-1}(x)\big)'$ について解くことにより，$\big(f^{-1}(x)\big)'$ の微分公式を求めよ．

6 関数 $f(x) = \sqrt[n]{x}$ は，関数 $g(x) = x^n$ の逆関数である．そこで，問題 5 で得られた逆関数の微分公式を用いて $\big(\sqrt[n]{x}\big)' = \dfrac{1}{n\big(\sqrt[n]{x}\big)^{n-1}}$ であることを示せ．

7 問題 6 の結果を分数指数を用いて表すことにより $\big(x^{\frac{1}{n}}\big)'$ の微分公式を求めよ．

【裏に続く】

$\boxed{8}$ $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}$ であることを用いて $\left(x^{\frac{m}{n}}\right)'$ を求めよ.

$\boxed{9}$ 関数 $f(x)$ が微分可能であるとき，次の導関数を求めよ.

a) $\left(f(ax^2+bx+c)\right)' =$

b) $\left(\left(f(x)\right)^n\right)' =$

c) $\left(\sqrt{f(x)}\right)' =$

$\boxed{10}$ 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$

$f'(x) =$

b) $f(x) = \left(x^2 - \dfrac{1}{x}\right)^3$

$f'(x) =$

c) $f(x) = \sqrt{16-x^2}$

$f'(x) =$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-x+1}$

$f'(x) =$

e) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$

$f'(x) =$

f) $f(x) = x^3\sqrt{2x+1}$

$f'(x) =$

g) $f(x) = \left(\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$

$f'(x) =$

h) $f(x) = \sqrt{(x-a)(x-b)}$

$f'(x) =$