

基礎数学 A2 — 期末試験

2011 年 1 月 7 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.
- $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ は解答用紙の所定の位置に記入すること.

$\boxed{1}$ $f(x) = -\sqrt{-2x+3}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- x が 1 から $\frac{3}{2}$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- $f(x)$ の導関数を求めよ.
- $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(1)$ を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.
- $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフ, $y = f(x)$ の $(1, -1)$ における接線, 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフ, および直線 $y = -2x - 3$ の 4 つを解答用紙の座標平面内に描け.
- グラフを利用して不等式 $-\sqrt{-2x+3} > -2x - 3$ を解け.

$\boxed{2}$ 関数 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{6}x^3 - 2x^2 - 2x + \frac{4}{3}$ の増減とグラフの凹凸を調べ, そのグラフの概形を描け. また, $f(x)$ の極大値・極小値とグラフの変曲点を求めよ.

【ヒント】 $f'(x)$, $f''(x)$ ともに因数分解できる. とくに, $f'(x)$ は $x+2$ で割り切れる.

$\boxed{3}$ $f(x) = \frac{x+5}{x+3}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(1)$ を定義にしたがって (極限を直接計算することによって) 求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフは $y = \frac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である. k , p , q は何かを答えよ.
- $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域, および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- $g(x) = \frac{-3x+3}{x+1}$ とする. 合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

$\boxed{4}$ 次の各々の関数の導関数を求めよ.

- $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^5$
- $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1}$
- $f(x) = \frac{1}{1-\sqrt{x}}$
- $f(x) = \sqrt[3]{1-2x^4}$
- $f(x) = (x+1)e^{-x^2}$
- $f(x) = \frac{\log x}{x}$

【裏に続く】

5 $f(x) = xe^{-x+2}$ とする. $0 \leq x \leq 2$ の範囲での $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.

6 【ボーナス問題】 $0 < x < 1$ のとき, 不等式 $\log(1+x) < \frac{x}{1-x}$ が成り立つことを証明せよ.

— 2222 —