

1  $f(x) = 2xe^{-x^2/2}$  とする.

a)  $f'(x)$  を求め,  $f'(x) = 0$  となる  $x$  と  $f'(x) > 0$  となる範囲を求めよ.

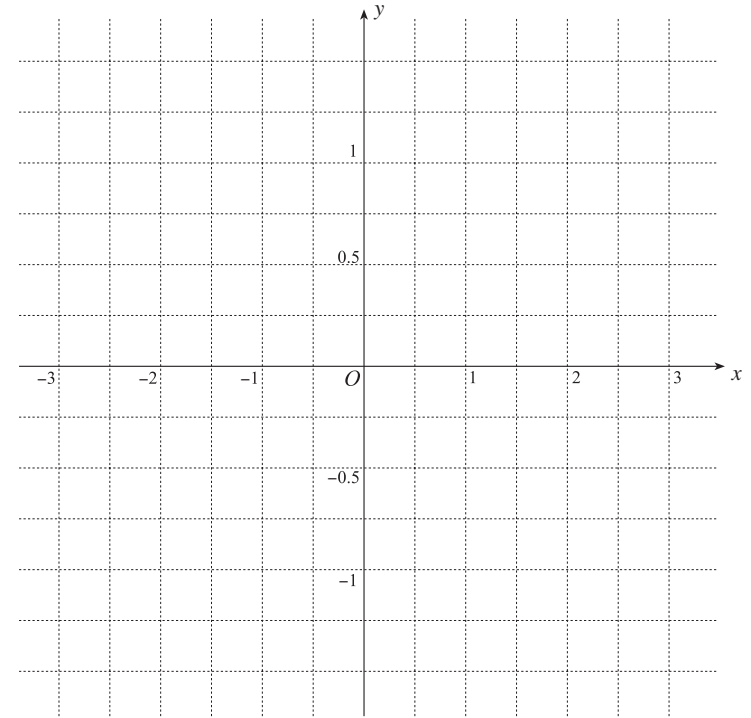
b)  $f''(x)$  を求め,  $f''(x) = 0$  となる  $x$  と  $f''(x) > 0$  となる範囲を求めよ.

c)  $f(x)$  の増減表を完成させよ. (増減だけでなくグラフの凹凸も調べること.)

$x$										
$f'(x)$										
$f''(x)$										
$f(x)$										

d)  $f(x)$  が極大・極小となる点, および変曲点を求めよ.

e) ここまでの結果と,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  であることを用いて,  $f(x)$  のグラフを描け.  
 [  $e^{-1/2} \doteq 0.607$ ,  $e^{-3/2} \doteq 0.223$ ,  $e^{-2} \doteq 0.135$  である. ]



2  $x > 0$  のとき不等式  $e^x > 1 + x$  が成り立つことを既知として,  $x > 0$  のとき,  $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$  が成り立つことを示せ. また, これを用いて  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$  であることを示せ.

3 a)  $x > 0$  のとき  $2\sqrt{x} > \log x$  であることを示せ.

4 正三角形の各辺が毎秒 5 mm の割合で増加しているとする. この三角形の各辺が 4 cm になった瞬間における面積の増加する速度を求めよ.

b) a) を用い  $x > 1$  のとき  $\frac{2}{\sqrt{x}} > \frac{\log x}{x} > 0$  であることを示し,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$  を求めよ.

c) 関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  の増減表をかけ. (凹凸は調べなくてよい.)

5 振り子の長さ  $l$  (cm) と周期  $T$  (秒) との間には  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{980}}$  という関係があることが知られている. 長さ 20 cm の振り子を 1 cm だけ長くすると, その周期はおよそどれくらい大きくなるか.

d)  $\pi^e$  と  $e^\pi$  はどちらが大きいか. [ヒント:  $\frac{\log \pi}{\pi}$  と  $\frac{\log e}{e}$  のどちらが大きいかを c) によりわかる.]