

13. 復習問題

【1】 次の各式を因数分解せよ.

a) $3x^2 + 10x + 8$ b) $6a^2 + 11ab - 2b^2$ c) $x^4y - xy^4$ d) $81a^3 + 3$

【2】 $3x^3 - 4x^2 + 12x + 16$ を $x^2 - 2x + 5$ で割ったときの商と余りを求めよ.

【3】 $P(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$ とする.

- a) $P(2)$ を求めよ. また, $P(x)$ を $x - 2$ で割ったときの余りを求めよ.
 b) $P(x)$ を因数分解せよ.
 c) $P(x)$ と $x^3 + x^2 - 6x$ の最大公約数と最小公倍数を求めよ.

【4】 次の各々の式を簡単にせよ.

a) $\frac{a^6b^{-5}}{(a^3b^{-2})^3}$ b) $3x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{-\frac{7}{3}}$ c) $\frac{16^{\frac{5}{8}} \cdot 16^{\frac{1}{2}}}{16^{\frac{7}{8}}}$ d) $\sqrt[3]{81x^5y^{10}} \sqrt[3]{9xy^{-1}}$

【5】 次の各々の式を簡単にせよ.

a) $\frac{\frac{c}{ab}}{ab^2c} \div \frac{c}{ab^2}$ b) $\frac{a+1}{3a} + \frac{b-2}{5b}$ c) $\frac{2x}{2x-1} - \frac{3x}{2x+5}$
 d) $\frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x-1}$ e) $\frac{4}{x^2-9} - \frac{5}{x^2-6x+9}$ f) $\frac{4}{x^2-4} - \frac{3}{x^2+4x+4}$
 g) $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ h) $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{1 - \frac{1}{xy}}$ i) $\frac{\frac{x}{1+x^2}}{1 - \frac{1}{1+x^2}}$

【6】 ある立方体において, その高さを変えないで, 横を 5cm のばし, 縦を 2cm 縮めた直方体を作ったところ, もとの立方体より体積が 48cm^3 増加した. もとの立方体の 1 辺の長さを求めよ.

【7】 次の 2 次不等式を解け.

a) $x^2 + 2x - 3 \geq 0$ b) $x^2 - 6x + 7 < 0$ c) $x^2 + 2x - 1 > 0$

【8】 関数 $y = x^2 - 2x - 2$ の $-1 \leq x \leq 5$ における最大値および最小値を求めよ..

【9】 ある商品の売価が 80 円するとき 100 個の売り上げがあり, 売価を 10 円ずつ値上げするごとに 5 個ずつ売り上げが減っていくという.

- a) 売価を x 円値上げしたとき, すなわち売価が $(80 + x)$ 円するとき何個の売り上げがあるか. また, そのときの売り上げ金額はいくらか.
 b) 最大の売り上げ金額を得るための売価はいくらか.

10 周の長さが 20m で、面積が 21m^2 以上の長方形上の囲いを作りたい。短い方の辺の長さをどのような範囲にとればよいか。

11 次の式のを簡単にせよ。

a) $\log_2 24 + \log_2 4 - \log_2 3$

b) $\log_3 \frac{27}{5} + \log_3 \frac{2}{3} - \log_3 \frac{6}{5}$

c) $\log_2 3 \cdot \log_{27} 25 \cdot \log_5 32$

d) $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$

12 光が鏡で 1 回反射することにより、その光度の 10% を失うという。このような反射をくり返すとき、光度がはじめてもとの光度の $\frac{1}{9}$ 以下になるのは何回目の反射のときか。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

13 次の極限值を求めよ。

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

c) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a + h)^2 - a^2}{2h}$

14 関数 $f(x) = (2x - 1)^2$ について、微分係数の定義に従い $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(a)$ を求めよ。

15 次の関数を微分せよ。

a) $f(x) = 2x(x + 3x^2)$

b) $f(x) = (2x + 3)(3x - 5)$

c) $f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

16 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ のとする。

- a) x が 1 から 3 まで変化するときの $f(x)$ の変化量を求めよ。
- b) x が 1 から 3 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ。
- c) $x = 2$ における $f(x)$ の微分係数を定義に基づいてを求めよ。
- d) $y = f(x)$ のグラフの $(2, 3)$ における接線の方程式を求めよ。
- e) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- f) 傾きが -1 である接線の方程式を求めよ。
- g) $f'(x) = 0$ となる x を求めよ。
- h) $f(x)$ 極値を求めよ。

17 区間 $-1 \leq x \leq 3$ において関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ の増減表を書き、この区間での最大値・最小値を求めよ。また、そのグラフの概形を描け。

18 右のような、縦 10 cm、横 16 cm の長方形の厚紙がある。この四隅から 1 辺の長さが x cm の正方形を切り取り、ふたのない箱を作る。

- a) x の取り得る範囲を求めよ。
- b) 箱の容積 V を x で表せ。
- c) 箱の容積 V が最大となるような x の値を求めよ。

