

1 周の長さが 30cm で, 3 辺の長さが 4cm ずつ違う三角形の各辺の長さを求めて, この三角形を描いてみよ. 周の長さが 30cm で, 3 辺の長さが 6cm ずつ違うとするとどうなるか.

2 長方形の土地がある. 縦を 10m 増し, 横を 5m 減らすと, 面積はもとの 2 倍になり, 横を 10m 増し, 縦を 4m 減らすと, 面積はもとの半分になるという. この長方形の縦, 横の長さはいくらか.

3 2 万個以上の品物を何人かの人で作ると 8 時間かかった. いま, 人数を 8 人増やし, 各人が 1 時間に作る品物の数を 5 個ずつ減らしたところ, 7 時間で作りあげた. また, 最初の人数より 8 人減らし, 各人が 1 時間に作る品物の数を最初より 11 個ずつふやしたところ 9 時間で作りあげた. 最初の人数は何人か.

4 星の見かけの明るさは 1 等星, 2 等星, ..., など, 等級で表す. 星の等級と明るさの関係は, 次のように対数を用いて表すことができる. m 等星の明るさを L_m , n 等星の明るさ L_n とすると,

$$0.4(n - m) = \log_{10} L_m - \log_{10} L_n$$

が成り立つ.

a) 1 等星の明るさは 6 等星の明るさの何倍であるか.

b) 北極星は 2.0 等星である. 北極星の 4 倍の明るさを持つ星は何等星となるか. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.

5 2^7 , 2^8 , 3^5 の大きさを比較して, 不等式 $1.4 < \log_2 3 < 1.6$ を証明せよ.

6 ある工場の生産関数は $Q(L) = 12L^2 - \frac{1}{20}L^3$ で与えられる。ただし、 L は労働者の人数を表し、 $0 \leq L \leq 200$ である。

a) 生産量 $Q(L)$ を最大にするような L を L^* とする。 L^* を求めよ。

b) 労働者一人当たりの生産量 $\frac{Q(L)}{L}$ を最大にするような L を L^{**} とする。 L^{**} を求めよ。

c) $Q'(L^{**}) = Q(L^{**})/L^{**}$ であることを示せ。

7 $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$ とする。

a) x が -1 から 1 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ。

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

c) $y = f(x)$ のグラフの $(-1, -2)$ における接線の方程式を求めよ。

d) $f'(x) = 0$ となる x を求めよ。

e) $f(x)$ の増減表を書き、 $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求めよ。

f) $y = f(x)$ のグラフと、 $(-1, -2)$ における接線を描け。

