

1 3次元空間の平面 $x - 2y + 2z = 0$ に関する対称変換 S を表現する行列を求めたい.

a) $x - 2y + 2z = 0$ で表わされる平面 (= \mathbf{R}^3 の部分空間) の基底を一つ求めよ. それを \vec{g}_1, \vec{g}_2 とする.

b) a) で得られた基底に $x - 2y + 2z = 0$ の法線ベクトル $\vec{g}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ とをあわせた三つのベクトルからなる組 $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ は \mathbf{R}^3 の基底となることを示せ.

c) $S(\vec{g}_1), S(\vec{g}_2), S(\vec{g}_3)$ をそれぞれ $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ の1次結合とし, それをもとに, 基底 $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ に関する S の表現行列を求めよ.

d) S の標準基底に関する表現行列を求めよ.

2 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ とする. A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

3 $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ とする. B の固有値と固有ベクトルをもとめよ.