

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ とし, $\vec{f}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{f}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ とおく. また,

- a) 3つのベクトルの組 \vec{f}_1, \vec{f}_2 は2次元ベクトル空間 \mathbf{R}^2 の基底であることを示せ.
- b) \vec{x} を $A\vec{x}$ に移す1次変換を T とする. $T(\vec{f}_1)$, $T(\vec{f}_2)$ を求めよ.
- c) $T(\vec{f}_1)$, $T(\vec{f}_2)$ をそれぞれ \vec{f}_1, \vec{f}_2 の1次結合で表せ.
- d) 基底 \vec{f}_1, \vec{f}_2 に関する T の表現行列 B を求めよ.
- e) 3つのベクトル \vec{f}_1, \vec{f}_2 を並べてできる行列を P とする. P^{-1} を求めよ.
- f) $B = P^{-1}AP$ であることを確かめよ.

2 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ とし, $\vec{f}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{f}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{f}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ とおく

- 3つのベクトルの組 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ は3次元ベクトル空間 \mathbf{R}^3 の基底であることを示せ.
- \vec{x} を $A\vec{x}$ に移す1次変換を T とする. $T(\vec{f}_1)$, $T(\vec{f}_2)$, $T(\vec{f}_3)$ をそれぞれ $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ の1次結合で表せ.
- T の基底 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ に関する表現行列 B を求めよ.
- T の幾何学的意味を考えよ.