

1 4つの3次元ベクトル $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}$ で生成され

る部分空間 $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4)$ を V とする. V の次元 $\dim V$ と V の基底を求めよ.

2 a) $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$ の解をすべて求めよ.

b) $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$ をみたす3次元ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ 全体からなる \mathbf{R}^3 の部分空間の基底を求めよ.

c) 2つの平面 $x + 2y - z = 4$, $2x - y + z = 3$ が交わってできる直線のベクトル方程式を求めよ.

3 a を定数とし, \mathbf{R}^4 の 4 つのベクトル

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -a \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -a \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

で生成される部分空間 $\langle \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4 \rangle$ を V_a で表す. V_a の次元が 3 以下になるような a の値を求めよ. また, そのような a の値それぞれについて V_a の基底を一組ずつ求めよ.