$\boxed{1}$ 次のそれぞれの 2 次元数ベクトル空間 $\mathbf{R}^2$ の部分集合は，$\mathbf{R}^2$ の部分空間とはならない．それぞれについて，部分空間とはならない理由を反例をあげることにより示せ．

a) $V_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| \, 2x + 3y = 1 \right\}$

b) $V_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| \, x^2 - y^2 = 0 \right\}$

c) $V_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| \, x \geqq 0, y \geqq 0 \right\}$

学生証番号 : ____________________　　氏名 : ___________________________

$\boxed{2}$ V，W がともに $\mathbf{R}^n$ の部分空間であるとき，その共通部分

$$V \cap W = \{\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n \mid \boldsymbol{x} \in V, \boldsymbol{x} \in W\}$$

もまた $\mathbf{R}^n$ の部分空間であることを証明せよ.

【裏に続く】

$\boxed{3}$ n 次元ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbf{R}^n$ と (m, n) 型の行列 A の間の積について

$$A(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = A\boldsymbol{a} + A\boldsymbol{b}, \quad A(c\boldsymbol{a}) = cA\boldsymbol{a} \quad （c \text{ は実数}）$$

をみたす．このことを用いて 1 次同次方程式 $A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ の解全体の集合

$$V = \{\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n \mid A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}\}$$

は $\mathbf{R}^n$ の部分空間であることを証明せよ.

$\boxed{4}$ 連立 1 次方程式 $\begin{cases} -x + 2y + 5z + 2w = 0 \\ x - y + z + w = 0 \\ x + 7z + 5w = 0 \end{cases}$ をみたす 4 次元ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ 全体からなる $\mathbf{R}^4$ の部分空間を V とする. V を $V = \langle \boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_r \rangle$ の形に表せ.