学生証番号 : ____________　氏名 : ____________

$\boxed{1}$ a) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ とする．AB および BA を求めよ．

b) a) を利用して A が逆行列 A^{-1} を持つための条件を求めよ．また，その条件が満たされるとき，A^{-1} を求めよ．

c) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ とするとき，A^{-1} を求めよ．

$\boxed{2}$ 2 つの平面ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ について「交代積」呼ばれる積 $\vec{a} \wedge \vec{b}$ が定義される．ベクトルの内積同様，交代積の値はスカラー（実数）である．交代積「∧」は以下の性質を持つ．

- 【定数倍】$(k\vec{a}) \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge (k\vec{b}) = k(\vec{a} \wedge \vec{b})$
- 【分配法則】$(\vec{a_1} + \vec{a_2}) \wedge \vec{b} = \vec{a_1} \wedge \vec{b} + \vec{a_2} \wedge \vec{b}$，　$\vec{a} \wedge (\vec{b_1} + \vec{b_2}) = \vec{a} \wedge \vec{b_1} + \vec{a} \wedge \vec{b_2}$
- 【交代性】（2 つの項を入れ替えると符号が変わる．）$\vec{b} \wedge \vec{a} = -(\vec{a} \wedge \vec{b})$
- 【正規性】（単位正方形の体積は 1.）$\vec{e_1} \wedge \vec{e_2} = 1$

これらの性質を用いて $(a\vec{e_1} + c\vec{e_2}) \wedge (b\vec{e_1} + d\vec{e_2})$ を計算せよ．

$\boxed{3}$ $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ とする.

行列式 $|A|$ と $|B|$ およびその積の行列式 $|AB|$ を計算し, $|AB| = |A||B|$ であることを証明せよ.