

微分積分 II — 期末試験

2011 年 1 月 12 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1] 次の不定積分を求めよ.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{1-2x}} dx$

b) $\int (2x-1)e^{-x} dx$

2] つぎの 2 変数関数について, 2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x, y) = \log(x - y)$

b) $f(x, y) = xye^{x-y}$

3] 関数 $f(x, y) = y^3 + 3x^2 - 6xy - 3y^2 + 12x - 3y$ の臨界点 (すべての偏微分が 0 になる点) をすべてもとめ, 各臨界点において極大・極小を判定せよ.

4] 消費者の効用関数が $u(x, y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$ で与えられているとする. このとき, $u(x, y) = 100$ という条件のもとで支出 $40x + 10y$ を最小にするような (x, y) を Lagrange の乗数法により求めよ.

5] 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) + \log(1-x)}{x - \log(1+x)}$ を求めよ. 必要ならば, 次の公式

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

を用いてよい.

6] $\sqrt{10} = 3\sqrt{1 + \frac{1}{9}}$ という表示と $\sqrt{1+x}$ の 2 次近似の式を用い $\sqrt{10}$ の近似値を求めよ. また, このようにして得られた近似値と $\sqrt{10}$ の値とは小数第何位まで一致するかを答えよ.