学生証番号 : ＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名 : ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 合成関数の微分法を用いて次の関数を変数 x で微分せよ．

a) $f(x) = (2x+3)^3$

$f'(x) =$

b) $f(x) = (x^2 - x + 1)^5$

$f'(x) =$

$\boxed{2}$ $\Big(f\big(g\big(h(x)\big)\big)\Big)'$ を求めよ．

$\boxed{3}$ a) 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ の導関数を定義にしたがって求めよ．

b) $g(x)$ を任意の関数とするとき，関数 $h(x) = \dfrac{1}{g(x)}$ は $f(x) = \dfrac{1}{x}$ と $g(x)$ との合成関数とみることができる．すなわち $h(x) = f\big(g(x)\big)$ である． そこで，合成関数の微分公式において $f(x) = \dfrac{1}{x}$ とおくことにより $h'(x) = \Big(f\big(g(x)\big)\Big)' = \left(\dfrac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ．

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f\big(f^{-1}(x)\big) = x$ をみたす．この両辺を微分することにより逆関数の導関数 $\big(f^{-1}(x)\big)'$ を求めよ．

$\boxed{5}$ 関数 $f(x) = \sqrt[n]{x}$ は，関数 $g(x) = x^n$ の逆関数である．そこで，問題 4 で得られた逆関数の微分公式を用いて $\big(\sqrt[n]{x}\big)' = \dfrac{1}{n\big(\sqrt[n]{x}\big)^{n-1}}$ であることを示せ．

$\boxed{6}$ 問題 5 の結果を分数指数を用いて表すことにより $\big(x^{\frac{1}{n}}\big)'$ の微分公式を求めよ．

【裏に続く】

$\boxed{7}$ $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}$ であることを用いて $\left(x^{\frac{m}{n}}\right)'$ を求めよ.

$\boxed{8}$ 関数 $f(x)$ が微分可能であるとき，次の等式を証明せよ.

a) $\left(f(ax^2+bx+c)\right)' = (2ax+b)f'(ax^2+bx+c)$

b) $\left(\left(f(x)\right)^n\right)' = n\left(f(x)\right)^{n-1}f'(x)$

c) $\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

$\boxed{9}$ 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$

$f'(x) =$

b) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-x+1}$

$f'(x) =$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$

$f'(x) =$

d) $f(x) = \dfrac{x^4+3x-2}{x^2}$

$f'(x) =$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-x+1}$

$f'(x) =$

f) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$f'(x) =$