

1 合成関数の微分法を用いて次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (2x + 3)^3$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = (x^2 - x + 1)^5$

$$f'(x) =$$

2 $\left(f(g(h(x)))\right)'$ を求めよ.

3 a) 関数 $f(x) = \frac{1}{x}$ の導関数を定義にしたがって求めよ.

b) $g(x)$ を任意の関数とすると、関数 $h(x) = \frac{1}{g(x)}$ は $f(x) = \frac{1}{x}$ と $g(x)$ との合成関数とみることができる. すなわち $h(x) = f(g(x))$ である. そこで、合成関数の微分公式において $f(x) = \frac{1}{x}$ とおくことにより $h'(x) = \left(f(g(x))\right)' = \left(\frac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

学生証番号 : _____ 氏名 : _____

4 関数 $f(x)$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f(f^{-1}(x)) = x$ をみたす. この両辺を微分することにより逆関数の導関数 $(f^{-1}(x))'$ を求めよ.

5 関数 $f(x) = \sqrt[n]{x}$ は, 関数 $g(x) = x^n$ の逆関数である. そこで, 問題 4 で得られた逆関数の微分公式を用いて $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}}$ であることを示せ.

6 問題 5 の結果を分数指数を用いて表すことにより $(x^{\frac{1}{n}})'$ の微分公式を求めよ.

7 $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}$ であることを用いて $(x^{\frac{m}{n}})'$ を求めよ.

8 関数 $f(x)$ が微分可能であるとき、次の等式を証明せよ.

a) $(f(ax^2 + bx + c))' = (2ax + b)f'(ax^2 + bx + c)$

b) $((f(x))^n)' = n(f(x))^{n-1}f'(x)$

c) $(\sqrt{f(x)})' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

9 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

$$f'(x) =$$

c) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

$$f'(x) =$$

d) $f(x) = \frac{x^4 + 3x - 2}{x^2}$

$$f'(x) =$$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$

$$f'(x) =$$

f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$f'(x) =$$