前期の復習　略解

1 a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{2}{3}$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=2$　c) $y=2x-3$　d) 別紙参照

2 a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=-\sqrt{3}+1$　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=-1$　c) $y=-x$　d) 別紙参照

3 a) 別紙グラフより，$0<x<1$，$2<x$　b) 別紙グラフより，$x\leqq 1$

4 a) $(g\circ f)(x)=1+a-ax$，$(f\circ g)(x)=-\dfrac{x}{a}$.

b) $1+a-ax=-\dfrac{x}{a}$ がすべての x になついて成り立たなければ行けないので，$a=-1$.

5 a) 定義域 $x\neq -2$, 値域 $y\neq 2$；逆関数 $f^{-1}(x)=-\dfrac{2x+1}{x-2}$，逆関数の定義域 $x\neq 2$, 値域 $y\neq -2$.

b) 定義域 $x\leqq 2$, 値域 $y\leqq 0$；逆関数 $f^{-1}(x)=2-x^2$，逆関数の定義域 $x\leqq 0$, 値域 $y\leqq 2$.

6 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f'(x)=42x^2(2x^3+5)^6$　b) $f'(x)=\dfrac{-4x}{(x^2-3)^3}$

c) $f'(x)=2x(x^2-2x+2)+(x^2+3)(2x-2)=4x^3-6x^2+10x-6$

d) $f'(x)=\dfrac{-2(3x^2-15x-1)}{(3x^2+1)^2}$　e) $f'(x)=2x-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{4}{x^3}$　f) $f'(x)=\dfrac{1-x^2}{(x^2-x+1)^2}$

g) $f'(x)=-\dfrac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$　h) $f'(x)=\dfrac{4x}{3}(2x^2+5)^{-\frac{2}{3}}$　i) $f'(x)=-\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{(x+\sqrt{x^2-1})^2}$

j) $f'(x)=-6xe^{-3x^2}$　k) $f'(x)=(2x-x^2)e^{-x}$　l) $f'(x)=\dfrac{e^x}{(1-e^x)^2}$

m) $f'(x)=\dfrac{\log x-2}{(\log x-1)^2}$　n) $f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$　o) $f'(x)=e^x\left(\log x+\dfrac{1}{x}\right)$

7 別紙グラフ参照

8 a) 最大値 $\sqrt{2}$（$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき)，最小値 -1（$x=-1$ のとき).

b) 最大値 $e^{-2}=0.135335\ldots$（$x=1$ のとき)，最小値 -1（$x=0$ のとき).

9 底面の半径を r，高さを h とする．このとき，缶詰の表面積は $2\pi r^2+2\pi rh$．これが $6\pi a^2$ に等しいので $2\pi r^2+2\pi rh=6\pi a^2$．これを h について解くと $h=\dfrac{3a^2-r^2}{r}$．一方，缶詰の容積 V は $V=\pi r^2h$．これに先ほど求めた h を代入し，$V=\pi r(3a^2-r^2)$．$\dfrac{dV}{dr}=3a^2-3r^2=3(a-r)(a+r)$．増減表を書いて（省略）増減を調べると $r=a$ のとき容積最大となる．（これは，高校の数学 II の問題でした．すみません．）

2011 年 7 月 14 日（訂正版）