

1 積の微分公式を用いて次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 2x + 2)$

$f'(x) =$

b) $f(x) = (x^2 - x + 1)(x + 1)$

$f'(x) =$

2 $f(x)g(x)h(x) = (f(x)g(x))h(x)$ であることと積の微分公式を用いて 3 つの関数の積の導関数 $(f(x)g(x)h(x))'$ を求めよ.

3 任意の自然数 n について $f_n(x) = x^n$ とおく. $f_n'(x) = nx^{n-1}$ であることを数学的帰納法で証明せよ.

(I) $n = 1$ のとき.

$$f_1'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f_1(x+h) - f_1(x)}{h} =$$

(II) $n = k$ のとき成り立つとすると, $f_k'(x) = kx^{k-1}$. いま, $f_{k+1}(x) = f_1(x)f_k(x)$ だから,

積の微分公式を用いて,

$$f_{k+1}'(x) = (f_1(x)f_k(x))' =$$

4 $g(x)$ を任意の関数とすると, 関数 $f(x) = \frac{1}{g(x)}$ の導関数を定義にしたがって求めよ.

5 関数 $f(x) = \frac{1}{g(x)}$ の導関数を 問題 4 とは別の方法で求める.

a) $f(x) = \frac{1}{g(x)}$ の分母を払った式 $f(x)g(x) = 1$ の両辺を微分せよ.

b) a) で求めた式を $f'(x)$ について解き, $f'(x)$ を $g(x)$ と $g'(x)$ のみで表せ.

6 問題 4, 5 で得た公式において $g(x) = x^n$ とおくことにより, $\left(\frac{1}{x^n}\right)'$ を求めよ.

9 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = \frac{1}{3x^3}$

$f'(x) =$

b) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

$f'(x) =$

7 問題 5 の結果を分数指数を用いて表すことにより $(x^{-n})'$ の微分公式を求めよ.

c) $f(x) = \frac{x^4 + 3x - 2}{x^2}$

$f'(x) =$

d) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

$f'(x) =$

8 $\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) \times \frac{1}{g(x)}$ である. この右辺を積の微分公式を用いて微分し, 問題 4 で得た公式を用いることにより, 商の導関数 $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$ を求めよ.