

基礎数学 A1 — 期末試験

2011 年 7 月 15 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最後の結果だけを書くのではなく、途中の計算や説明も書くこと. そうでない場合は大きく減点することもある.

1] $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$ のとする.

以下の問いに答え、答を解答用紙の指定の位置に記せ.

- x が 1 から 3 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.
- $x = 2$ における $f(x)$ の微分係数を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの $(2, -2)$ における接線の方程式を求めよ.
- $f'(x) = 0$ となる x を求めよ.
- $f(x)$ の増減表を書き、 $f(x)$ が極大・極小となる x の値を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフと、 $(2, -2)$ における接線を描け.

2] a) $3x^2 + x - 2$ を因数分解せよ.

- $3x^2 + x - 2$ と $x^3 - 1$ の最大公約数、および最小公倍数を求めよ.
- $3x^2 + x - 2 < 0$ を解け.

3] a) $4x^2 + 4x - 5$ を $2x + 3$ で割ったときの商と余りを求めよ.

b) $\frac{4x^2 + 4x - 5}{2x + 3}$ を $ax + b + \frac{c}{2x + 3}$ の形に表せ.

4] 次の各々の式を簡単にせよ.

a) $\frac{a^2bc}{\frac{ab}{c}}$ b) $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{3}{x^2 + x - 2}$ c) $\frac{8x^3}{x^2 - y^2} \div \frac{(2x)^2}{y - x}$ d) $\frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$

5] 1 本 200 円のボールペンを、A 店では 1 割引で売っている. B 店ではこのボールペンを 10 本までは 200 円で、10 本を超えた分については 2 割引で売っている. このボールペンを何本以上買うと、A 店で買うよりも B 店で買う方が安くなるか.

6] ある牛丼屋チェーン店では牛丼一杯の値段が 400 円の時、一日 150 杯の売り上げがあり、売価を 10 円ずつ値下げするごとに 5 杯ずつ売り上げが増えていくという. 1 日の利益を最大にするには一杯いくらで売ればよいか.

【裏に続く】

7 次の各々の式を簡単にせよ.

a) $\frac{\sqrt{a^3b} \times \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[6]{a^5b}}$

b) $\frac{a^{\frac{5}{6}} \times a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{2}} \times a^{-1}}$

c) $2^{\log_2 3}$

d) $2 \log_2 15 - 2 \log_2 3 - \log_2 25$

e) $\log_2 8 \cdot \log_{27} 5 \cdot \log_5 3$

8 1 回濾過するたびに飲料水に含まれる有害物質の 80% を除去することのできる装置がある. この装置で濾過を繰り返すことによって, 有害物質を当初含まれている量の 0.01% 以下にしたい. 何回濾過すればよいか. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.

9 次の極限値を求めよ.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

b) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 - 2h)^2 - 1}{h}$

10 関数 $f(x) = (2x - 3)^2$ について, 定義に従って $x = 1$ における微分係数 $f'(1)$ を求めよ.

11 次の関数を微分せよ.

a) $f(x) = 2x^3 - 4x + 1$

b) $f(x) = (2 - x)^3$

12 区間 $0 \leq x \leq 2$ において関数 $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 4$ の増減表を書き, この区間での最大値・最小値を求めよ.