❦ 5. 1 次変換の表現行列 / 固有値と固有ベクトル　　2010年度後期　線形代数 II（木 3 限）　　学生証番号 : ______________　氏名 : ________________

$\boxed{1}$ $\vec{f_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{f_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{f_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ とおく.

a) 3 つのベクトル $\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3}$ を並べてできる行列を P とする. P^{-1} を求めよ.

b) $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ をそれぞれ $\vec{f_1}$, $\vec{f_2}$, $\vec{f_3}$ を用いて表せ.

c) $\vec{f_1}$ を $2\vec{f_1}$, $\vec{f_2}$ を $-3\vec{f_2}$, $\vec{f_3}$ を $\vec{0}$ に移す 1 次変換を T とする. $T(\vec{e}_1)$, $T(\vec{e}_2)$, $T(\vec{e}_3)$ を求めることにより, T を表す行列を求めよ.

d) c) で求めた行列を A とするとき, $P^{-1}AP$ を求めよ.

【裏に続く】

$\boxed{2}$ $A = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ とする.

a) $A\vec{x} = \vec{x}$ をみたす 0 ベクトルでないベクトル $\vec{x}$ をひとつ求めよ.

b) $A\vec{x} = -\vec{x}$ をみたす 0 ベクトルでないベクトル $\vec{x}$ をひとつ求めよ.

c) a) b) で求めたベクトルは互いに直交することを示せ.

d) A で表される 1 次変換の図形的意味を述べよ.

$\boxed{3}$ $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ とする. A の固有値と固有ベクトルを求めよ.