学生証番号 : ________________　氏名 : ____________________

$\boxed{1}$ 次の 5 つの 4 次元ベクトルで生成される部分空間 $\langle \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4, \vec{a}_5 \rangle$ の基底と次元を求めよ.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$\boxed{2}$ a) $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$ の解をすべて求めよ.

b) $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$ をみたす 3 次元ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ 全体からなる $\mathbf{R}^3$ の部分空間の基底を求めよ.

c) ２つの平面 $x + 2y - z = 4$, $2x - y + z = 3$ が交わってできる直線のベクトル方程式を求めよ.

【裏に続く】

$\boxed{3}$ 3 次元空間の平面 $x-2y+2z=0$ に関する対称変換 S を行列で表したい.

a) $x-2y+2z=0$ で表わされる平面（$=\mathbf{R}^3$ の部分空間）の基底を一つ求めよ．それを $\vec{g}_1, \vec{g}_2$ とする.

b) a) で得られた基底に $x-2y+2z=0$ の法線ベクトル $\vec{g}_3=\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$ とをあわせた三つのベクトルからなる組 $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ は $\mathbf{R}^3$ の基底となることを示せ.

c) S は $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ をそれぞれどのようなベクトルに移すか？

d) $\vec{e}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{e}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \vec{e}_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ をそれぞれ基底 $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ の 1 次結合として表せ.

e) S を表す 3 次正方行列を求めよ.