

線形代数 I・数学 II — 期末試験

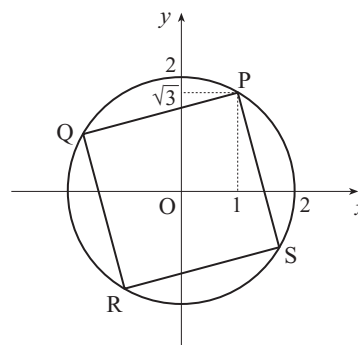
2009 年 7 月 16 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1 原点の回りの 90° 回転を f , y 軸に関する対称移動を g とする.

- a) f を表す行列を A , g を表す行列を B とする. A , B を求めよ.
- b) 合成移動 $g \circ f$ は, 直線 $y = x$ に関する対称移動となることを行列の積を用いて示せ.
- c) 右の図のように, 円 $x^2 + y^2 = 2$ に内接する正方形 PQRS がある. 点 P の座標が $(1, \sqrt{3})$ のとき, 残りの頂点の座標を求めよ.



2 次の連立 1 次方程式を Gauss の消去法を用いて解け.

$$\begin{cases} x - 2y + z - w = 2 \\ 2x - 5y + z - 3w = 3 \\ -3x + 4y - 5z + 3w = -2 \end{cases}$$

3 次の連立方程式が解を持つように定数 k を決め, そのときの解をすべて求めよ.

$$\begin{cases} -x + 4y - 2z + w = -5 \\ -x + y + z + 2w = 2 \\ x + 2y - 2w = -1 \\ 4x - y - 3z - 8w = k \end{cases}$$

4 a) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$ を求めよ.

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ の逆行列をもとめよ.

c) 次の連立一次方程式の解を b) の結果を用いて求めよ.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x + 5y + 4z = 5 \\ 4x + 7y + 5z = 1 \end{cases}$$

【裏に続く】

5 次の各々の行列式をもとめよ.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} -3 & -7 \\ 4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} -5 & 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 6 & -3 \\ 7 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & -2 \\ -3 & -2 & -3 & 3 \\ -2 & -1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

6 a を定数としたとき, 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -a \\ a & 1 & -1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

の行列式 $\det A$ を求め, A が逆行列を持たないような a を決定せよ. さらに, そのような a の値のそれぞれについて A の階数を求めよ.