$\boxed{1}$ 3 つの空間ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ について「交代積」呼ばれる積 $\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c}$ が定義される．交代積の値はスカラー（実数）であり，以下の性質を持つ．

- 【定数倍】$(k\boldsymbol{a}) \wedge \boldsymbol{c} \wedge \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} \wedge (k\boldsymbol{b}) \wedge \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge (k\boldsymbol{c}) = k(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c})$
- 【分配法則】 $(\boldsymbol{a_1} + \boldsymbol{a_2}) \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a_1} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c} + \boldsymbol{a_2} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c}$
  $\boldsymbol{a} \wedge (\boldsymbol{b_1} + \boldsymbol{b_2}) \wedge \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b_1} \wedge \boldsymbol{c} + \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b_2} \wedge \boldsymbol{c}$
  $\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge (\boldsymbol{c_1} + \boldsymbol{c_2}) = \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c_1} + \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c_2}$
- 【交代性】（2 つの項を入れ替えると符号が変わる．）
  $\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{c} \wedge \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{c} = -(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c})$
- 【正規性】（単位立方体の体積は 1.）
  $\boldsymbol{e_1} \wedge \boldsymbol{e_2} \wedge \boldsymbol{e_3} = 1$

$\boldsymbol{a} = a_1\boldsymbol{e_1} + a_2\boldsymbol{e_2} + a_3\boldsymbol{e_3}$，$\boldsymbol{b} = b_1\boldsymbol{e_1} + b_2\boldsymbol{e_2} + b_3\boldsymbol{e_3}$，$\boldsymbol{c} = c_1\boldsymbol{e_1} + c_2\boldsymbol{e_2} + c_3\boldsymbol{e_3}$ とするとき，交代積の上記の性質を用いて $\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c}$ を計算せよ．

$\boxed{2}$ 次の各々の行列式をもとめよ．

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 7 & 7 \end{vmatrix}$

【裏に続く】

$\boxed{3}$ $\boldsymbol{a} = a_1\boldsymbol{e_1} + a_2\boldsymbol{e_2} + a_3\boldsymbol{e_3}$, $\boldsymbol{b} = b_1\boldsymbol{e_1} + b_2\boldsymbol{e_2} + b_3\boldsymbol{e_3}$, $\boldsymbol{c} = c_1\boldsymbol{e_1} + c_2\boldsymbol{e_2} + c_3\boldsymbol{e_3}$ とする.

a) $a_1\boldsymbol{e_1} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ となることを示せ.

b) $a_2\boldsymbol{e_2} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c}$, $a_3\boldsymbol{e_3} \wedge \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c}$ についても同様の形に表せ.

c) 第 1 列に関する余因子展開 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix}$ を完成せよ.

$\boxed{4}$ 第 2 列に関する余因子展開

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -b_1 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} - b_3 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix}$$

を求めよ.