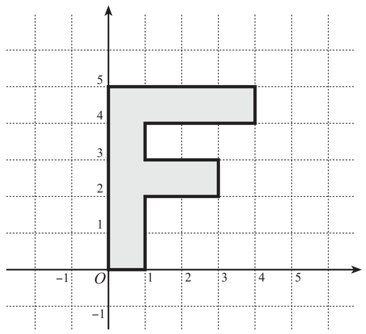
❦ 7. 1次変換と行列式

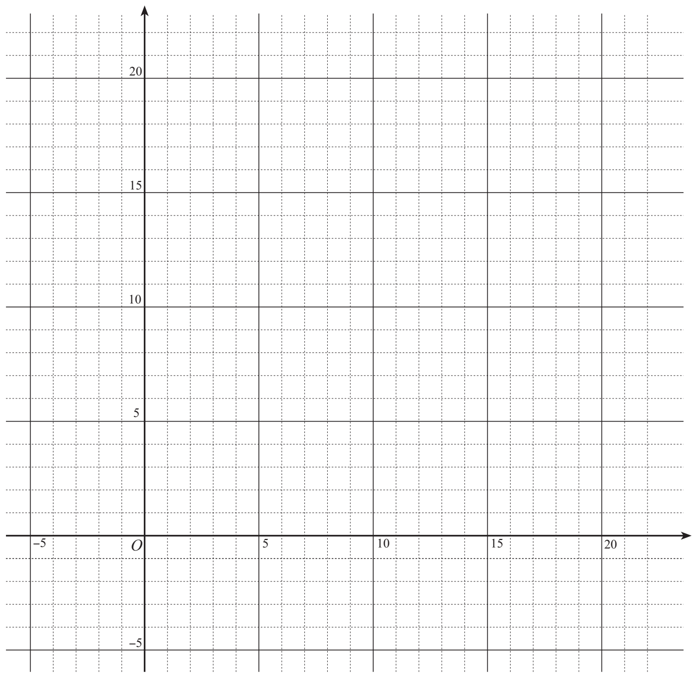
2010年度前期　線形代数 I（木 3 限）

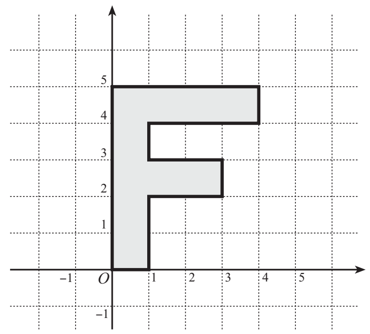
学生証番号 : ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名 : ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 次の各々について，指定された行列で表される 1 次変換によって「F」の文字がどのように変換されるかを図示せよ．また，F の字の面積はどのように変化するかを調べよ．

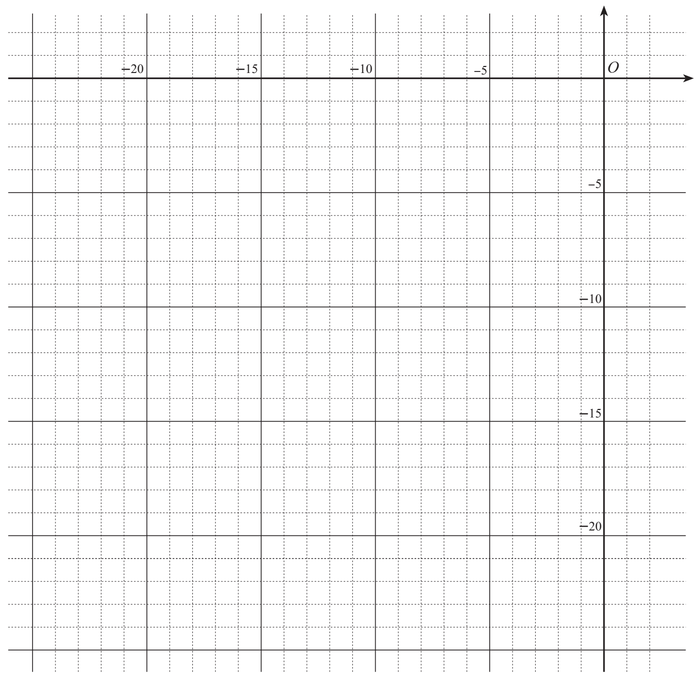


$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

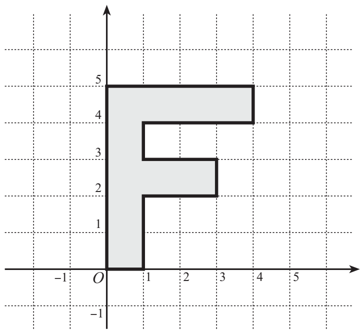




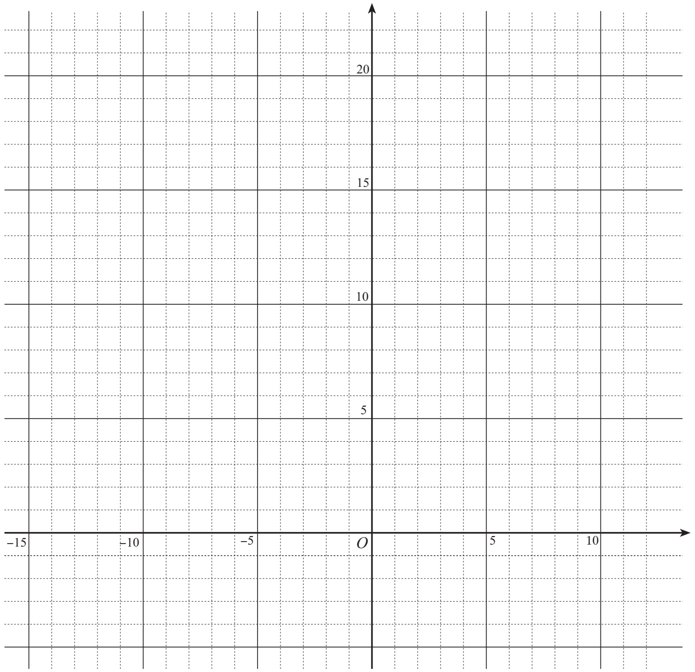
$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$



【裏に続く】



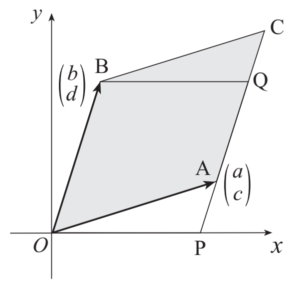
$$\downarrow \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$



$\boxed{2}$ 右の図のような平行四辺形 OACB がある．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix}$,
$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ であるとする．

a) 点 P の座標を求めよ．

b) 平行四辺形 OACB の面積は平行四辺形 OPQB の面積と等しいことに注意して平行四辺形 OACB の面積を求めよ．



$\boxed{3}$ 2 つの平面ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ について「交代積」呼ばれる積 $\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b}$ が定義される．ベクトルの内積同様，交代積の値はスカラー（実数）である．交代積「∧」は以下の性質を持つ．

- 【定数倍】$(k\boldsymbol{a}) \wedge \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} \wedge (k\boldsymbol{b}) = k(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})$
- 【分配法則】$(\boldsymbol{a_1} + \boldsymbol{a_2}) \wedge \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a_1} \wedge \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a_2} \wedge \boldsymbol{b}$,　$\boldsymbol{a} \wedge (\boldsymbol{b_1} + \boldsymbol{b_2}) = \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b_1} + \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b_2}$
- 【交代性】（2 つの項を入れ替えると符号が変わる．）$\boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{a} = -(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})$
- 【正規性】（単位正方形の体積は 1.）$\boldsymbol{e_1} \wedge \boldsymbol{e_2} = 1$

これらの性質を用いて $(a\boldsymbol{e_1} + c\boldsymbol{e_2}) \wedge (b\boldsymbol{e_1} + d\boldsymbol{e_2})$ を計算せよ．