10. 前期の復習

$\boxed{1}$ 次の各々の連立 1 次方程式を Gauss の消去法を用いて解け．

a) $\begin{cases} x - y + z + 2w = 1 \\ 3x - 5y - 3z + 4w = -3 \\ 2x - 2y + 5z + w = 5 \end{cases}$　b) $\begin{cases} x - 3y + z - 2w = 1 \\ -2x + 7y + 8w = -2 \\ -2y - 3z - 6w = 1 \\ -3y - 4z - 9w = -1 \end{cases}$

$\boxed{2}$ 次の各々の連立方程式が解を持つように定数 a を決め，そのときの解をすべて求めよ．

a) $\begin{cases} x + 3y + z - 2w = -2 \\ 2x + 7y - z - 6w = -3 \\ x + 2y + 7z + 3w = -6 \\ 4x + 9y + 7z - 8w = a \end{cases}$　b) $\begin{cases} x + 3y + 2z + w = 1 \\ 2x + 7y + 5z + 4w = 2 \\ 2x + 9y + 8z + 6w = 6 \\ x + 5y + 5z + 3w = a \end{cases}$

$\boxed{3}$ Three neighbors have backyard vegetable gardens. Neighbor A grows tomatoes, neighbor B grows corn, and neighbor C grows lettuce. They agree to divide their crops among themselves as follows: A gets $\frac{1}{2}$ of the tomatoes, $\frac{1}{3}$ of the corn, and $\frac{1}{4}$ of the lettuce. B gets $\frac{1}{3}$ of the tomatoes, $\frac{1}{3}$ of the corn, and $\frac{1}{4}$ of the lettuce. C gets $\frac{1}{6}$ of the tomatoes, $\frac{1}{3}$ of the corn, and $\frac{1}{2}$ of the lettuce. What prices should the neighbors assign to their respective crops if the equilibrium condition of a closed economy is to be satisfied, and if the lowest-priced crop is to have a price of \$100?

$\boxed{4}$ 次の行列 A について A^2, A^3, A^6 を求めよ．

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$　b) $A = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$　c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\boxed{5}$ $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$，$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$，$D = \begin{pmatrix} 0 & -1 \end{pmatrix}$ のとき，これらの行列全部を 1 回ずつ用いて積を作りたい．積が定義できるすべての場合について，A，B，C，D の順とその結果を示せ．

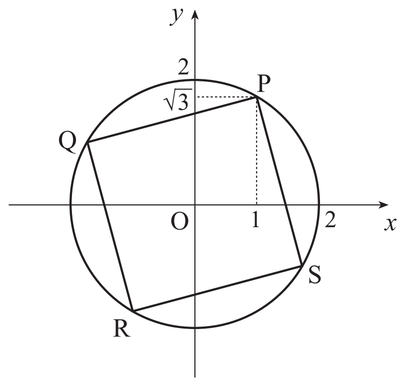
$\boxed{6}$ 次の各々の行列 A について，逆行列 A^{-1} を求め，AA^{-1}，$A^{-1}A$ がともに単位行列になることを確かめよ．

a) A=$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$　b) A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\boxed{7}$ 次の連立一次方程式の解を前問で求めた逆行列を用いて求めよ．

a) $\begin{cases} 5x - 3y = -3 \\ -6x + 4y = 2 \end{cases}$　b) $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = -4 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$

【裏につづく】



$\boxed{8}$ 原点の回りの 90° 回転を f, y 軸に関する対称移動を g とする.

a) f を表す行列を A，g を表す行列を B とする．A，B を求めよ.

b) 合成移動 $g \circ f$ は、直線 $y = x$ に関する対称移動となることを行列の積を用いて示せ.

c) 右の図のように，円 $x^2 + y^2 = 2$ に内接する正方形 PQRS がある．点 P の座標が $(1, \sqrt{3})$ のとき，残りの頂点の座標を求めよ.

$\boxed{9}$ 行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換により，2 点 A(3, 0)，B(1, 2) がそれぞれ 2 点 C，D に移るとする．このとき，O を原点として，△OCD の面積は △OAB の何倍か.

$\boxed{10}$ 次の各々の行列式をもとめよ.

a) $\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -7 & 5 \end{vmatrix}$　b) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & -3 \\ 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$　c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} -5 & 0 & 9 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 8 & 3 & 4 & -6 \\ -4 & 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$　e) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$　f) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -1 & -4 \end{vmatrix}$