

微分積分 II・数学 I — 期末試験

2010 年 1 月 13 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1] 次の不定積分を求めよ.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{2x-1}} dx$

b) $\int (x-1)e^{-x} dx$

2] つぎの 2 変数関数について, 2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x, y) = \frac{y}{1-xy}$

b) $f(x, y) = (x-y)e^{-xy}$

3] 関数 $f(x, y) = x^3 + 3x^2 - 6xy + 3y^2 - 3x$ の臨界点 (すべての偏微分が 0 になる点) をすべてもとめ, 各臨界点において極大・極小を判定せよ.

4] 底面の半径が r で高さが h の, 上面に蓋のない円筒形の缶 C がある.

- 缶 C を作るのに使用する材料の面積を S とするとき, S を r と h で表わせ.
- 材料の面積 S が一定値 $a^2\pi$ であるという条件の下で, 容積 V が最大となるような r と h をラグランジュの乗数法で求めよ.

5] $\sqrt{7} = \frac{5}{2}\sqrt{1 + \frac{12}{100}}$ という表示と $\sqrt{1+x}$ の 2 次近似の式を用い $\sqrt{7}$ の近似値を求めよ. また, このようにして得られた近似値と $\sqrt{7}$ の値とは小数第何位まで一致するといえるか.