

微分積分 I・数学 I — 期末試験

2009 年 7 月 22 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

- 1 関数 $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$ について以下の問いに答えよ.
- x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
 - $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数を定義に基づいて求めよ.
 - $y = f(x)$ のグラフの $(1, 0)$ における接線の方程式を求めよ.
 - $y = f(x)$ のグラフは $y = \frac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である. k , p , q は何かを答えよ.
 - $y = f(x)$ のグラフと $(1, 0)$ における接線を描け.
- 2 $f(x) = -\sqrt{-2x+6}$ とする. 以下の問いに答えよ.
- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ
 - $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
 - 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.
 - $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け.
 - グラフを利用して不等式 $-\sqrt{-2x+6} > -x-1$ を解け.
- 3 関数 $f(x) = xe^{2(1-x)}$ の増減, 極値, グラフの凹凸を調べ, そのグラフの概形を描け.
- 4 $f(x) = \frac{x}{1-x}$, $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$ について合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.
- 5 関数 $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ について a から $a+h$ までの平均変化率 $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ ($h \neq 0$) を求め, できるだけ簡単にせよ.
- 6 次の関数を変数 x で微分せよ.
- $f(x) = (x^2 + x - 1)^5$
 - $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1}$
 - $f(x) = x\sqrt{9-x^2}$
 - $f(x) = \sqrt[3]{3x^2-2}$
 - $f(x) = xe^{-x^2}$
 - $f(x) = x^2 \log x - x^2$
- 7 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ の定義域を求め, $f(x)$ が定義される範囲での最大値と, そのときの x の値を求めよ.
- 8 表面積が毎秒 3 cm^2 の割合で増加している球がある. この球の半径が 4 cm になったときの体積の変化率を求めよ.