

微分積分 I・数学 I — 期末試験

2008 年 7 月 16 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1 関数 $f(x) = \frac{-x-4}{2x+3}$ について以下の問いに答えよ.

- x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数を定義に基づいて求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフは $y = \frac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である. k , p , q は何かを答えよ.
- $y = f(x)$ のグラフと $(1, -1)$ における接線を描け.
- グラフを利用して不等式 $\frac{-x-4}{2x+3} > -x$ を解け.

2 $f(x) = \sqrt{-4x+6}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ
- $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.

3 $f(x) = \frac{6}{3-x}$, $g(x) = \frac{-3x}{2-x}$ について合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

4 関数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ について a から $a+h$ までの平均変化率 $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ ($h \neq 0$) を求め, できるだけ簡単にせよ.

5 次の関数を変数 x で微分せよ.

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| a) $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^7$ | b) $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x^2 + 4}$ |
| c) $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ | d) $f(x) = \sqrt[3]{(5x-2)^2}$ |
| e) $f(x) = xe^{-x^2}$ | f) $f(x) = x \log x - x$ |

6 関数 $f(x) = \sqrt{1-x^2} - x$ の定義域を求め, $f(x)$ が定義される範囲での最大値と最小値を求めよ.

7 関数 $f(x) = \frac{8x}{x^2+3} + 1$ の増減, 極値, グラフの凹凸を調べ, そのグラフの概形を描け.