

微分積分 I・数学 I 期末試験

2007 年 7 月 18 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最後の結果だけを書くのではなく, 途中の計算や説明も書くこと.

[1] 次の各々の式を簡単にせよ.

$$\text{a) } \left(\frac{7^{-2} \cdot 7^5}{7^{-3}}\right)^{-1/3} \quad \text{b) } \sqrt[6]{64x^{12}y^{-3}} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{1 - \frac{1}{xy}} \quad \text{d) } \frac{4}{x^2 - 4} - \frac{3}{x^2 - 4x + 4}$$

[2] $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $g(x) = \sqrt{1-x}$ について合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

[3] 次の関数の逆関数を求めよ.

$$\text{a) } f(x) = \frac{2-x}{1+3x} \quad \text{b) } f(x) = 2^{x+1} - 3$$

[4] 関数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ について $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ ($h \neq 0$) を求め, できるだけ簡単にせよ.[5] $f(x) = \frac{1}{2-3x}$ のとする.

- x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- $x = 1$ における $f(x)$ の瞬間変化率を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.

[6] 次の関数を変数 x で微分せよ.

$$\text{a) } f(x) = (2x^2 + 3)^{10} \quad \text{b) } f(x) = \frac{5-6x}{2x-1}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1} \quad \text{d) } f(x) = \sqrt[3]{x^2+2x+3}$$

[7] 関数 $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x^2}$ の定義域を求め, $f(x)$ が定義される範囲での最大値と最小値を求めよ.

[8] 次の関数のグラフの概形を描け.

$$\text{a) } f(x) = -\sqrt{x+3} + 2 \quad \text{b) } f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$$

[9] 関数 $f(x) = \frac{12}{x^2 - 2x + 4}$ の増減, 極値, グラフの凹凸を調べ, そのグラフの概形を描け.