❦ 8. 合成関数の微分法　　２０１０年度前期　微分積分Ⅰ（水１限）　　学生証番号 : ________　氏名 : ________

$\boxed{1}$ 合成関数の微分法を用いて次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (2x^2+3)^5$

$f'(x) =$

b) $f(x) = e^{-x^2}$

$f'(x) =$

$\boxed{2}$ $\Big(f\big(g(h(x))\big)\Big)'$ を求めよ.

$\boxed{3}$ a) 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ の導関数を定義にしたがって求めよ.

b) $g(x)$ を任意の関数とするとき，関数 $h(x) = \dfrac{1}{g(x)}$ は $f(x) = \dfrac{1}{x}$ と $g(x)$ との合成関数とみることができる．すなわち $h(x) = f\big(g(x)\big)$ である．そこで，合成関数の微分公式において $f(x) = \dfrac{1}{x}$ とおくことにより $h'(x) = \Big(f\big(g(x)\big)\Big)' = \left(\dfrac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f\left(f^{-1}(x)\right) = x$ をみたす．この両辺を微分することにより逆関数の導関数 $\left(f^{-1}(x)\right)'$ を求めよ.

$\boxed{5}$ 指数関数 $f(x) = e^x$ の導関数は $f'(x) = e^x$ であること，対数関数 $\log x$ は指数関数の逆関数であることを用い，対数関数の導関数 $\left(f^{-1}(x)\right)' = (\log x)'$ を求めよ.

$\boxed{6}$ 関数 $f(x) = \sqrt[n]{x}$ は，関数 $g(x) = x^n$ の逆関数である．そこで，問題 4 で得られた逆関数の微分公式を用いて $\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\left(\sqrt[n]{x}\right)^{n-1}}$ であることを示せ.

【裏に続く】

$\boxed{7}$ 問題 6 の結果を分数指数を用いて表すことにより $\left(x^{\frac{1}{n}}\right)'$ の微分公式を求めよ.

$\boxed{8}$ $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}$ であることを用いて $\left(x^{\frac{m}{n}}\right)'$ を求めよ.

$\boxed{9}$ 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$

$f'(x) =$

b) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - x + 1}$

$f'(x) =$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$

$f'(x) =$

d) $f(x) = \dfrac{x^4 + 3x - 2}{x^2}$

$f'(x) =$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$

$f'(x) =$

f) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

$f'(x) =$

g) $f(x) = e^{-3x+2}$

$f'(x) =$

h) $f(x) = x^2 e^{-2x}$

$f'(x) =$

i) $f(x) = \log(x^2 + 1)$

$f'(x) =$

j) $f(x) = e^x \log x$

$f'(x) =$