

前期の復習 略解

1 a) $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{2}{3}$ b) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2$ c) $y = 2x - 3$ d) 別紙参照

2 a) $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = -\sqrt{3} + 1$ b) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -1$ c) $y = -x$ d) 別紙参照

3 a) 別紙グラフより, $0 < x < 1, 2 < x$ b) 別紙グラフより, $x \leq 1$

4 a) $(g \circ f)(x) = 1 + a - ax, (f \circ g)(x) = -\frac{x}{a}$.
 b) $1 + a - ax = -\frac{x}{a}$ がすべての x になつて成り立他なければ行けないので, $a = -1$.

5 a) 定義域 $x \neq -2$, 値域 $y \neq 2$; 逆関数 $f^{-1}(x) = -\frac{2x+1}{x-2}$, 逆関数の定義域 $x \neq 2$, 値域 $y \neq -2$.
 b) 定義域 $x \leq 2$, 値域 $y \leq 0$; 逆関数 $f^{-1}(x) = 2 - x^2$, 逆関数の定義域 $x \leq 0$, 値域 $y \leq 2$.

6 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f'(x) = 42x^2(2x^3 + 5)^6$ b) $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 - 3)^3}$
 c) $f'(x) = 2x(x^2 - 2x + 2) + (x^2 + 3)(2x - 2) = 4x^3 - 6x^2 + 10x - 6$
 d) $f'(x) = \frac{-2(3x^2 - 15x - 1)}{(3x^2 + 1)^2}$ e) $f'(x) = 2x - \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3}$ f) $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 - x + 1)^2}$
 g) $f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$ h) $f'(x) = \frac{4x}{3}(2x^2 + 5)^{-\frac{2}{3}}$ i) $f'(x) = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}}{(x + \sqrt{x^2 - 1})^2}$
 j) $f'(x) = -6xe^{-3x^2}$ k) $f'(x) = (2x - x^2)e^{-x}$ l) $f'(x) = \frac{e^x}{(1 - e^x)^2}$
 m) $f'(x) = \frac{\log x - 2}{(\log x - 1)^2}$ n) $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ o) $f'(x) = e^x \left(\log x + \frac{1}{x} \right)$

7 別紙グラフ参照

8 a) 最大値 $\sqrt{2}$ ($x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき), 最小値 -1 ($x = -1$ のとき).

b) 最大値 $e^{-2} = 0.135335\dots$ ($x = 1$ のとき), 最小値 -1 ($x = 0$ のとき).

9 仮定より $\frac{dV}{dt} = 8$. 次に, $\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \right) = \frac{d}{dr} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \right) \frac{dr}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$ より, $\frac{dr}{dt} = \frac{8}{4\pi r^2} = \frac{1}{2\pi}$.
 さらに, $\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} (4\pi r^2) = \frac{d}{dr} (4\pi r^2) \frac{dr}{dt} = 8\pi r \frac{1}{2\pi} = 8$.