

基礎数学 A2 — 期末試験

2009 年 1 月 15 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.
- ① ② は解答用紙の所定の位置に記入すること.

① $f(x) = -\sqrt{-x+2}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- $f(x)$ の導関数を求めよ.
- $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(1)$ を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.
- $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフ, $y = f(x)$ の $(1, -1)$ における接線, 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを解答用紙の座標平面内に描け.
- グラフを利用して不等式 $-\sqrt{-x+2} > -2(x+1)$ を解け.

② 関数 $f(x) = (x+1)e^{-2x}$ の増減, 極大・極小, グラフの凹凸, 変曲点を調べ, そのグラフの概形を描け.

③ $f(x) = -\frac{3x+5}{x+1}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- $y = f(x)$ のグラフは $y = \frac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である. k, p, q は何かを答えよ.
- $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域, および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- $g(x) = -\frac{2x+3}{x+2}$ とする. 合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

④ 次の各々の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (3x^2 + x + 1)^4$

b) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x+1}$

c) $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{1-2x^3}$

e) $f(x) = xe^{-x^2}$

f) $f(x) = \frac{\log x}{x}$

【裏に続く】

5 $f(x) = x\sqrt{2x-x^2}$ とする. 以下の問いに答えよ.

a) $f(x)$ の定義域を求めよ.

b) $f(x)$ が定義される範囲での最大値と最小値を求めよ.

6 表面積 S が毎秒 3 cm^2 の割合で増加している球がある. この球の半径 r が 4 cm になったとき, 半径 r の変化率 $\frac{dr}{dt}$ および, 体積 V の変化率 $\frac{dV}{dt}$ をそれぞれ求めよ.