

8. 指数関数と対数関数

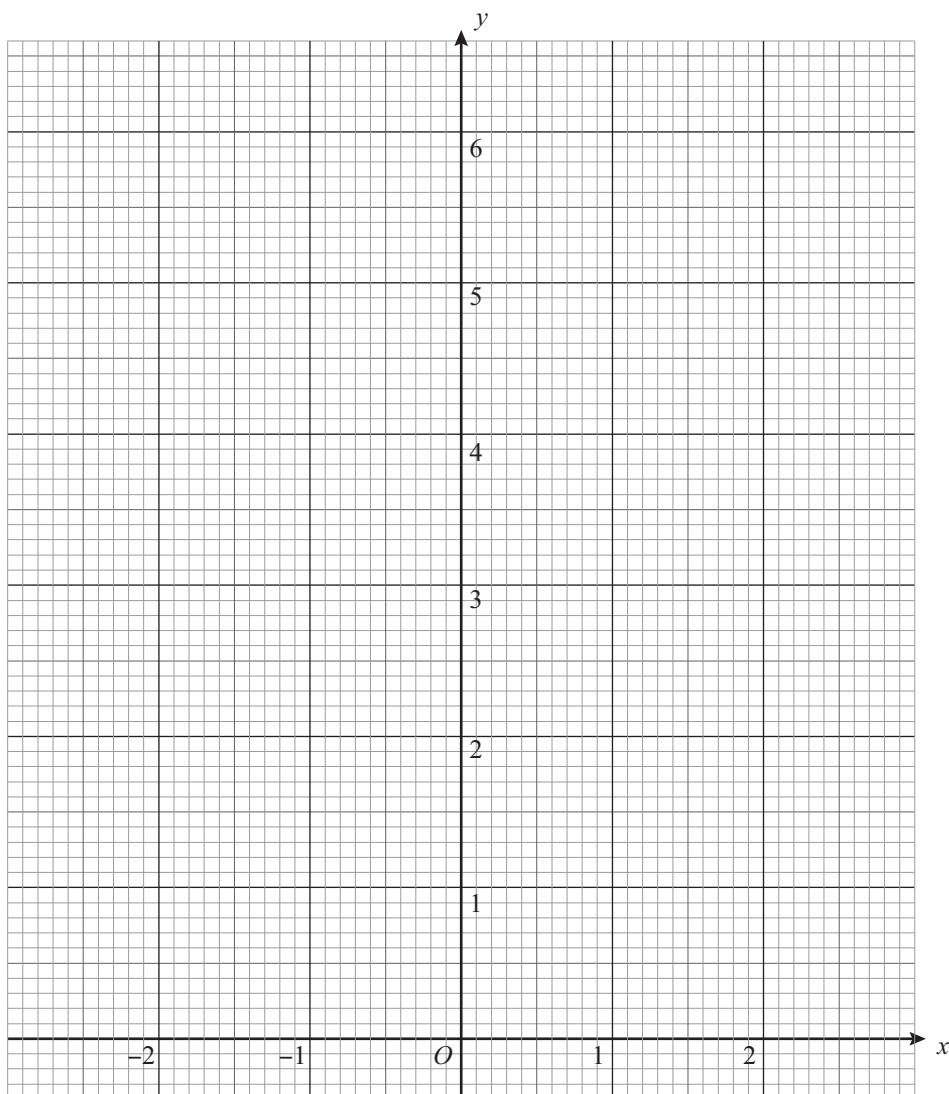
2010年度後期 基礎数学 A2 (金 2 限)

- 1 関数 $y = 2^x$ および $y = 3^x$ について次の表にあてはまる y の値を小数で表せ. ただし, $2^{0.5} = 1.414$, $3^{0.5} = 1.732$ とする. ヒント: $2^{-0.5} = 2^{0.5} \times 2^{-1} = 1.414 \div 2 = 0.707$ であることなどに注意せよ.

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
2^x													

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
3^x													

- 2 前問を利用して, 指数関数 $y = 2^x$ と $y = 3^x$ のグラフを描け. また, それぞれのグラフの $(0, 1)$ における接線をなるべく正確に引き, その傾きを推定せよ.

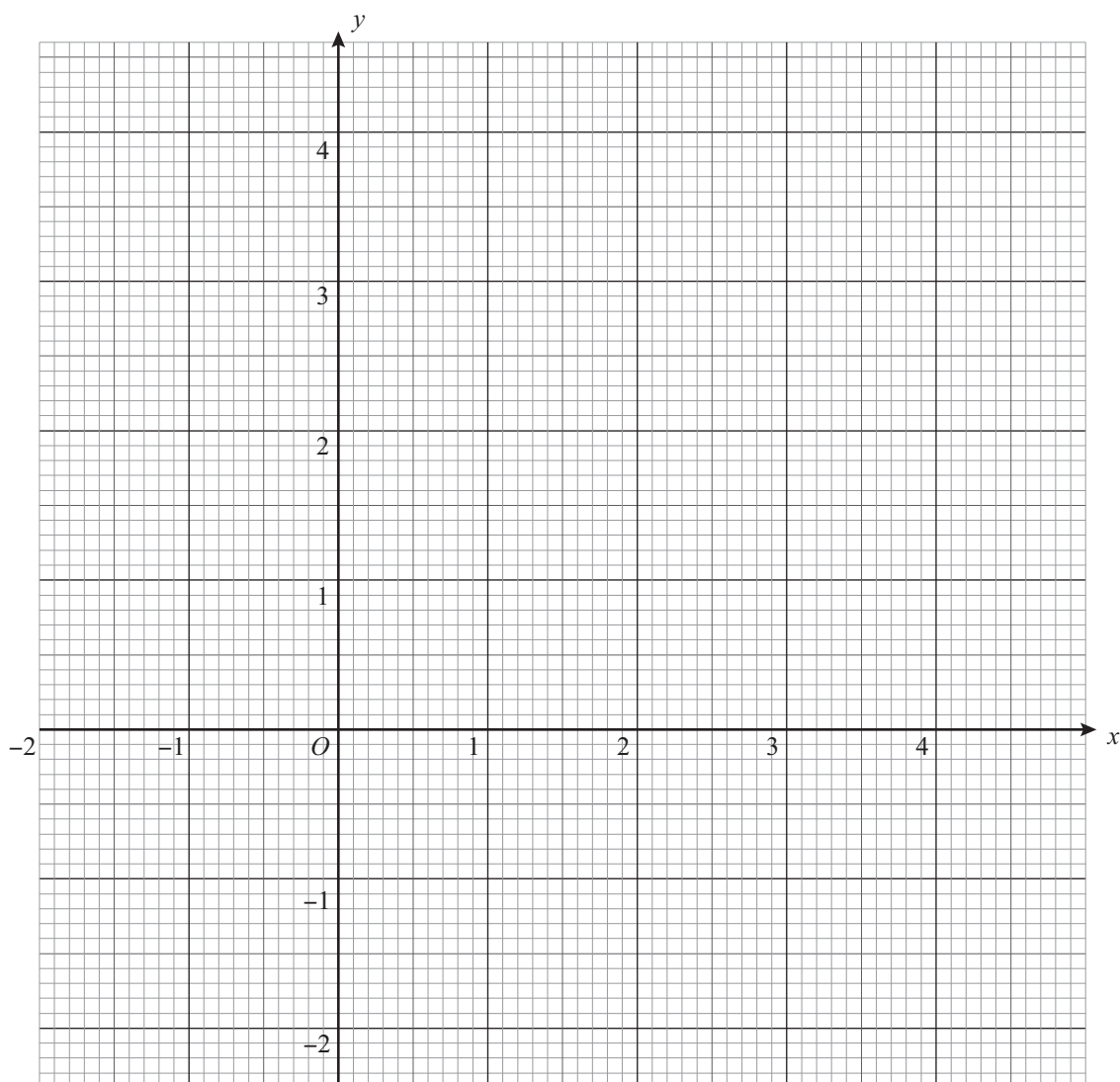


学生証番号： _____ 氏名： _____

3 関数 $y = e^x$ について、いろいろな x に対する y の値は次の表のようになる。

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
e^x	0.1353	0.2231	0.3679	0.6065	1.0000	1.6487	2.7183	4.4817	7.3891	12.183

これを利用して、指数関数 $y = e^x$ のグラフを描き、それぞれのグラフの $(0, 1)$ における接線を引いてみよ。
 また、対数関数 $y = \log x$ は $y = e^x$ の逆関数であることを用い、 $y = \log x$ のグラフを描き、 $(1, 0)$ における接線を引いてみよ。



【裏に続く】

4 対数関数 $\log x$ は指数関数 e^x の逆関数である。すなわち、 $f(x) = e^x$ とすると、 $f^{-1}(x) = \log x$ である。このことと逆関数の微分公式を用いて $(\log x)'$ をもとめよ。

5 $a = e^{\log a}$ であることを用いて $(a^x)'$ をもとめよ。

6 $f(x)$ を任意の関数とするとき $(\log f(x))'$ をもとめよ。

7 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ が微分可能であるとき, $f'(x)$ の導関数を $f(x)$ の第 2 次導関数といい, $f''(x)$ で表す. $f(x)$, $g(x)$ の第 2 次導関数が存在するとき, 次の式が成り立つことを示せ.

$$(f(x)g(x))'' = f''(x)g(x) + 2f'(x)g'(x) + f(x)g''(x)$$

8 次の各々の関数の導関数を求めよ.

a) $f(x) = x^3 3^{-x}$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

$$f'(x) =$$

c) $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 3})$

$$f'(x) =$$

d) $f(x) = e^x \log x$

$$f'(x) =$$