

1 衛星放送のマーケットには V 社と W 社の 2 社がある。V 社の契約者は 1 期後には、60% が契約を継続するが、40% は W 社に変更する。また、W 社の契約者は 1 期後には、80% が W 社との契約を継続するが、20% は V 社に変更する。このとき次の間に答えよ。

a) 第 n 期の V 社のシェアを v_n 、W 社のシェアを w_n とする。このとき、ベクトル $\begin{pmatrix} v_{n+1} \\ w_{n+1} \end{pmatrix}$ はある行列

M とベクトル $\begin{pmatrix} v_n \\ w_n \end{pmatrix}$ を用いて $\begin{pmatrix} v_{n+1} \\ w_{n+1} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} v_n \\ w_n \end{pmatrix}$ と表わされる。行列 M をもとめよ。

b) 上で求めた行列 M の固有値と固有ベクトルを求めよ。

c) 行列 M を対角化せよ。

d) M^n を求めよ。

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} M^n$ を求めよ。それを用いて、第 1 期のマーケットシェアがどうであれ長期的にはシェアはある一定の割合に近づくことを示せ。

学生証番号： _____ 氏名： _____

2] ある都市圏で、郊外人口を x 万人、都市人口を y 万人としたとき、10 年後の郊外人口 x' 万人、都市人口 y' 万人の間に次の関係が成り立つとする。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.4 & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- $A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.4 & 1.3 \end{pmatrix}$ とするとき、 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- A を対角化せよ。
- A^n を求めよ。
- 上の関係式が長期間にわたって成り立つとすると、数十年後、郊外人口と都市人口との比率がほぼ一定に近づく。そのときの郊外人口と都市人口との比率はどれくらいになるか。また、そのときの都市圏全体の人口の増加率はおおよそどのくらいか。

