$\boxed{1}$ p, q を 0 でない二つの実定数とし，$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -pq & p+q \end{pmatrix}$ とおく．A で表される座標平面上の 1 次変換を T で表す．

a) $\vec{f_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ p \end{pmatrix}, \vec{f_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ q \end{pmatrix}$ とする．$\vec{f_1}$，$\vec{f_2}$ が 1 次独立となるための必要十分条件を求めよ．以下の問では $\vec{f_1}$，$\vec{f_2}$ は 1 次独立であると仮定する．

b) 任意のベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ について $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = X\vec{f_1} + Y\vec{f_2}$ となる X, Y を求め，$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = Q\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ （ただし，Q は 2 行 2 列の行列）という形に表せ．

c) $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ p & q \end{pmatrix} =$（$\vec{f_1}, \vec{f_2}$ を並べてできる行列）とおくとき，$Q^{-1} = P$ であることを示せ．

d) $X\vec{f_1} + Y\vec{f_2}$ を T で移動したベクトル $T(X\vec{f_1} + Y\vec{f_2})$ を $\vec{f_1}, \vec{f_2}$ を用いて $T(X\vec{f_1} + Y\vec{f_2}) = X'\vec{f_1} + Y'\vec{f_2}$ と表すとき，X'，Y' を求め，$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$（ただし，$B$ は 2 行 2 列の行列）という形に表せ．

e) $B = P^{-1}AP$ であることを確かめよ．

学生証番号 : ____________________　　氏名 : ____________________________　　2009 年 10 月 29 日