

1 3つの3次元ベクトル $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, について以下の問いに答えよ.

a) $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ は一次独立であることを示せ.

b) 任意の3次元ベクトル $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ は必ず $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ の1次結合で表せることを示せ. すなわち,

$\vec{b} = x_1\vec{a}_1 + x_2\vec{a}_2 + x_3\vec{a}_3$ となる x_1, x_2, x_3 があることを示せ. また, x_1, x_2, x_3 を b_1, b_2, b_3 を用いて表せ.

2 4つの3次元ベクトル $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ は一次独立かどうか

かを判定せよ。もし、一次従属ならば、線形独立となるベクトルの最大個数を求めよ。