1　$\mathbf{a} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + a_3\mathbf{e}_3$，$\mathbf{b} = b_1\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + b_3\mathbf{e}_3$，$\mathbf{c} = c_1\mathbf{e}_1 + c_2\mathbf{e}_2 + c_3\mathbf{e}_3$ とする.

交代積 「∧」 の以下の性質を用いて $\mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c}$ を計算せよ.

- 【定数倍】$(k\mathbf{a})\wedge\mathbf{c}\wedge\mathbf{b} = \mathbf{a}\wedge(k\mathbf{b})\wedge\mathbf{c} = \mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\wedge(k\mathbf{c}) = k(\mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c})$
- 【分配法則】 $(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2)\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c} = \mathbf{a}_1\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c} + \mathbf{a}_2\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c}$
  $\mathbf{a}\wedge(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2)\wedge\mathbf{c} = \mathbf{a}\wedge\mathbf{b}_1\wedge\mathbf{c} + \mathbf{a}\wedge\mathbf{b}_2\wedge\mathbf{c}$
  $\mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\wedge(\mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2) = \mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c}_1 + \mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c}_2$
- 【交代性】（2 つの項を入れ替えると符号が変わる.）
  $\mathbf{a}\wedge\mathbf{c}\wedge\mathbf{b} = \mathbf{c}\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{a} = \mathbf{b}\wedge\mathbf{a}\wedge\mathbf{c} = -(\mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\wedge\mathbf{c})$
- 【正規性】（単位立方体の体積は 1.）
  $\mathbf{e}_1\wedge\mathbf{e}_2\wedge\mathbf{e}_3 = 1$

2　次の各々の行列式をもとめよ.

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 7 & 7 \end{vmatrix}$

【裏に続く】

$\boxed{3}$ $\mathbf{a} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + a_3\mathbf{e}_3$, $\mathbf{b} = b_1\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + b_3\mathbf{e}_3$, $\mathbf{c} = c_1\mathbf{e}_1 + c_2\mathbf{e}_2 + c_3\mathbf{e}_3$ とする.

a) $a_1\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{b} \wedge \mathbf{c} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ となることを示せ.

b) $a_2\mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{b} \wedge \mathbf{c}$, $a_3\mathbf{e}_3 \wedge \mathbf{b} \wedge \mathbf{c}$ についても同様の形に表せ.

c) 第 1 列に関する余因子展開 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix}$ を完成せよ.

$\boxed{4}$ 第 2 列に関する余因子展開

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -b_1 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} - b_3 \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix}$$

を求めよ.