

1 関数 $f(x) = x\sqrt{2x - x^2}$ の定義域を求め、 $f(x)$ が定義される範囲での最大値と最小値を求めよ。

3 a) $x > 0$ のとき $2\sqrt{x} > \log x$ であることを示せ。

b) a) を用いて $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$ を求めよ。

2 $x > 0$ のとき不等式 $e^x > 1 + x$ が成り立つことを既知として、 $x > 0$ のとき、 $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ。また、これを用いて $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = 0$ であることを示せ。

c) 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ の増減表をかけ。

d) π^e と e^π はどちらが大きいのか。

4 正三角形の各辺が毎秒 5 mm の割合で増加しているとする。この三角形の各辺が 4 cm になった瞬間における面積の増加する速度を求めよ。

5 高さ 6 m の建物の屋上の端から毎秒 2 m の速さで綱をたぐり、地上の荷物を引きよせている。綱の長さが 10 m になったときの荷物の速度を求めよ。

6 振り子の長さ l (cm) と周期 T (秒) との間には $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{980}}$ という関係があることが知られている。長さ 20 cm の振り子を 1 cm だけ長くすると、その周期はおよそどれくらい大きくなるか。

7 頂角 60° の円錐状の容器を、頂点を下にし、軸を鉛直にしておき、これに $a \text{ cm}^3/\text{秒}$ の割合で水を注ぐ。水の量が $v \text{ cm}^3$ になった瞬間における次の値を求めよ。

- a) 水面の上昇する速度 b) 水面の面積の増加する速度

