

1 関数  $f(x) = x\sqrt{2x - x^2}$  の定義域を求め,  $f(x)$  が定義される範囲での最大値と最小値を求めよ.

3 a)  $x > 0$  のとき  $2\sqrt{x} > \log x$  であることを示せ.

b) a) を用いて  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$  を求めよ.

2  $x > 0$  のとき不等式  $e^x > 1 + x$  が成り立つことを既知として,  $x > 0$  のとき,  $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$  が成り立つことを示せ. また, これを用いて  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = 0$  であることを示せ.

c) 関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  の増減表をかけ.

d)  $\pi^e$  と  $e^\pi$  はどちらが大きいか.

4 正三角形の各辺が毎秒 5 mm の割合で増加しているとする。この三角形の各辺が 4 cm になった瞬間における面積の増加する速度を求めよ。

5 高さ 6 m の建物の屋上の端から毎秒 2 m の速さで綱をたぐり、地上の荷物を引きよせている。綱の長さが 10 m になったときの荷物の速度を求めよ。

6 振り子の長さ  $l$  (cm) と周期  $T$  (秒) との間には  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{980}}$  という関係があることが知られている。長さ 20 cm の振り子を 1 cm だけ長くすると、その周期はおよそどれくらい大きくなるか。

7 頂角  $60^\circ$  の円錐状の容器を、頂点を下にし、軸を鉛直にしておき、これに  $a \text{ cm}^3/\text{秒}$  の割合で水を注ぐ。水の量が  $v \text{ cm}^3$  になった瞬間における次の値を求めよ。

- a) 水面の上昇する速度      b) 水面の面積の増加する速度

