$\boxed{1}$ 積の微分公式，合成関数の微分公式を書け．

a) $\big(f(x)g(x)\big)' =$

b) $\Big(f\big(g(x)\big)\Big)' =$

$\boxed{2}$ 次の関数を変数 x で微分せよ．

a) $f(x) = (x^2 - x + 1)(x^3 + 1)$

$f'(x) =$

b) $f(x) = (2x^2 + 3)^5$

$f'(x) =$

$\boxed{3}$ 任意の自然数 n について $f_n(x) = x^n$ とおく．$f_n{}'(x) = nx^{n-1}$ であることを数学的帰納法で証明せよ．

(I) $n = 1$ のとき．

$f_1{}'(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f_1(x+h) - f_1(x)}{h} =$

(II) $n = k$ のとき成り立つとすると，$f_k{}'(x) = kx^{k-1}$．いま，$f_{k+1}(x) = f_1(x) f_k(x)$ だから，積の微分公式を用いて，

$f_{k+1}{}'(x) = \big(f_1(x) f_k(x)\big)' =$

$\boxed{4}$ 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ の導関数を定義にしたがって求めよ．

$\boxed{5}$ $g(x)$ を任意の関数とするとき，関数 $h(x) = \dfrac{1}{g(x)}$ は $f(x) = \dfrac{1}{x}$ と $g(x)$ との合成関数とみることができる．すなわち $h(x) = f\big(g(x)\big)$ である． そこで，合成関数の微分公式において $f(x) = \dfrac{1}{x}$ とおくことにより $h'(x) = \Big(f\big(g(x)\big)\Big)' = \left(\dfrac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ．

$\boxed{6}$ 問題３と問題５で得られた公式を組み合わせて $\left(\dfrac{1}{x^n}\right)'$ を求めよ．

$\boxed{7}$ $\dfrac{f(x)}{g(x)} = f(x)\times\dfrac{1}{g(x)}$ である．積の微分公式および問題５で得られた公式を用いて商の導関数 $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)'$ を求めよ．

【裏に続く】

$\boxed{8}$ 関数 $f(x)$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f\left(f^{-1}(x)\right) = x$ をみたす．この両辺を微分することにより逆関数の導関数 $\left(f^{-1}(x)\right)'$ を求めよ．

$\boxed{9}$ 関数 $f(x) = \sqrt[n]{x}$ は，関数 $g(x) = x^n$ の逆関数である．そこで，問題８で得られた逆関数の微分公式を用いて $\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\left(\sqrt[n]{x}\right)^{n-1}}$ であることを示せ．

$\boxed{10}$ 問題 9 の結果を分数指数を用いて表すことにより $\left(x^{\frac{1}{n}}\right)'$ の微分公式を求めよ．

$\boxed{11}$ $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}$ であることを用いて $\left(x^{\frac{m}{n}}\right)'$ を求めよ．

$\boxed{12}$ $f(x)g(x)h(x) = \left(f(x)g(x)\right)h(x)$ であることと積の微分公式を用いて 3 つの関数の積の導関数 $\left(f(x)g(x)h(x)\right)'$ を求めよ．

$\boxed{13}$ 次の関数を変数 x で微分せよ．

a) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$

$f'(x) =$

b) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - x + 1}$

$f'(x) =$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$

$f'(x) =$

d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

$f'(x) =$

e) $f(x) = e^{-3x+2}$

$f'(x) =$

f) $f(x) = x^2 e^{-x}$

$f'(x) =$