

## — 5. 対角化の応用 —

1] ある都市圏で、郊外人口を  $x$  万人、都市人口を  $y$  万人としたとき、10年後の郊外人口  $x'$  万人、都市人口  $y'$  万人の間に次の関係が成り立つとする。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.4 & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- a)  $A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.4 & 1.3 \end{pmatrix}$  とするとき、 $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- b)  $A$  を対角化せよ。
- c)  $A^n$  を求めよ。
- d) 上の関係式が長期間にわたって成り立つとすると、数十年後、郊外人口と都市人口との比率がほぼ一定に近づく。そのときの郊外人口と都市人口との比率はどれくらいになるか。また、そのときの都市圏全体の人口の増加率はおおよそどのくらいか。

2008 年 11 月 27 日