

練習問題

1 次の関数のグラフの概形を描け.

a) $f(x) = -\sqrt{x+3} + 2$

b) $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$

2 グラフを利用して、次の不等式を解け.

a) $\frac{2x-1}{x-1} < x+1$

b) $\sqrt{-4x+8} \geq x+1$

3 次の関数 $f(x), g(x)$ について合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

a) $f(x) = \frac{1}{1-x}, g(x) = \frac{x}{x-1}$

b) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3, g(x) = x^2 + 1$

c) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}, g(x) = \frac{1}{x}$

d) $f(x) = \frac{1}{1-x}, g(x) = \sqrt{x+1}$

4 a を定数とし、 $f(x) = \frac{1}{1-x}, g(x) = \frac{x+a}{x}$ とする.

a) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

b) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ が同じ関数になるように、定数 a の値を定めよ.

5 次のおのこの関数について、その定義域と値域を求めよ。また、それぞれの逆関数を求め、逆関数の定義域と値域も求めよ.

a) $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$

b) $f(x) = -\sqrt{2-x}$

6 次の関数について $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ ($h \neq 0$) を求め、簡単にせよ.

a) $f(x) = x^2 - x$

b) $f(x) = \frac{1}{1-x}$

c) $f(x) = \sqrt{1-x}$

7 次の各々の関数について極限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ を求めよ.

a) $f(x) = 2x^2 - 3$

b) $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

8 $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ のとする.

a) x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.

b) $x = 1$ における $f(x)$ の瞬間変化率 (= 微分係数) を定義に従って求めよ.

c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.

d) $y = f(x)$ のグラフと、 $(1, -1)$ における接線を描け.

9 $f(x) = -\sqrt{2x-1}$ として前問と同じ問いに答よ.