

— 6. いろいろな関数の微分 —

1 積の微分公式, 合成関数の微分公式を書け.

a) $(f(x)g(x))' =$

b) $(f(g(x)))' =$

2 $f(x)g(x)h(x) = (f(x)g(x))h(x)$ であることを用いて導関数 $(f(x)g(x)h(x))'$ を求めよ.

3 関数 $f(x) = \frac{1}{x}$ の導関数を定義にしたがって求めよ.

4 関数 $\frac{1}{g(x)}$ は $f(x) = \frac{1}{x}$ と $g(x)$ との合成関数であることを用いて $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

学生証番号 : _____ 氏名 : _____

5 $(x^n)' = nx^{n-1}$ であることと, 前問の結果を用いて $\left(\frac{1}{x^n}\right)'$ を求めよ.

6 $\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) \times \frac{1}{g(x)}$ であることと, 積の微分公式および前問の結果を用いて $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

7 関数 $f(x)$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ は $f(f^{-1}(x)) = x$ をみたす. この両辺を微分することにより $(f^{-1}(x))'$ を求めよ.

8] 関数 $f(x) = \sqrt[n]{x}$ は, 関数 $g(x) = x^n$ の逆関数である. このことを用いて $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}}$ であることを示せ. また, この結果を分数指数を用いて表せ.

9] 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (x^2 - x + 1)(x^3 + 1)$

b) $f(x) = (2x + 3)^5$

c) $f(x) = \frac{1}{x^3}$

d) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$

f) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

g) $f(x) = \sqrt{4x + 1}$

h) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$

i) $f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$

j) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

10 次の関数の第 2 次導関数を求めよ.

a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

b) $f(x) = (2x^2 + 3)^5$

11 次の関数の第 3 次導関数を求めよ.

a) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x$

b) $f(x) = \frac{1}{24x^2}$